Итерационный алгоритм поиска стационарных решений в многоядерных волокнах

О.В. Юшко

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия Новосибирский государственный университет, Россия Контактный e-mail: olesya.yushko@gmail.com

Разработан и апробирован двухуровневый итерационный алгоритм поиска стационарных решений системы уравнений, описывающих динамику распространения электромагнитного поля в многоядерных волокнах центрально-симметричной структуры. На примере локализованного по пространству и времени солитонного решения выполнены тестовые расчеты и продемонстрирована сходимость алгоритма.

Ключевые слова: численное моделирование, многоядерные волокна, стационарное решение.

Введение

Многоядерные волокна являются отдельным классом оптических волокон, где под одной оболочкой располагается несколько световодов. Они находят широкое применение в задачах нелинейной оптики и фотоники. Подобные структуры можно рассматривать как нелинейные дискретные системы, важные для фундаментальных исследований и для практического применения. Так, было показано, что неустойчивость распространения импульсов по многоядерному волокну может привести к концентрации энергии в определенных ядрах, вызвав усиление и сжатие световых импульсов [1]. Многоядерные волокна находят применение в создании фотонных устройств, например оптических переключателей. Кроме того, многоядерные волокна обладают большим потенциалом для эффективной передачи информации на большие расстояния. Их использование может послужить альтернативой параллельной прокладке волоконных кабелей, поскольку пропускная способность подобных волокон увеличивается пропорционально количеству ядер [2, 3]. В сочетании с современными технологиями многоядерное волокно способно увеличить скорость передачи информации до 140 Тбит/с на магистральные расстояния [4].

Еще одним интересным применением многоядерного волокна является исследование феномена световых пуль — высокоэнергетичных импульсов, локализованных во времени и в пространстве и распространяющихся без искажения формы. Световые пули образуются за счет взаимной компенсации дифракции, аномальной дисперсии и нелинейности. В непрерывных средах малые колебания интенсивности или ширины светового пучка могут привести к коллапсу; в таких средах световые пули являются неустойчивой

ⓒ ИВТ СО РАН, 2016



Рис. 1. Примеры волокон регулярной структуры: гексагональной (a), периферической (b), а также схема изучаемого многоядерного волокна (e, e)

структурой. Однако в дискретных средах, например в многоядерных волокнах, подобного эффекта не наблюдается [5, 6]. В общем случае огибающая поля в центральном ядре волокна представляет собой пространственно-временной солитон и может быть описана импульсом формы гиперболического секанса [7].

Распространение электромагнитного поля в многоядерном волокие описывается системой связанных нелинейных уравнений Шрёдингера [8]. В большинстве случаев поиск стационарных решений данных систем возможен лишь с применением численных методов, среди которых наиболее распространенными являются метод Петвиашвили, а также метод мнимого времени (ITEM – Imaginary Time Evolution Method). Так, в методе ITEM ищется решение заранее заданной мощности. Время t заменяется мнимым временем *it*, для построения итерационного процесса в норме L₂. Недостаток этого метода отсутствие возможности фиксирования постоянной распространения. В этом алгоритме она вычисляется на каждом итерационном шаге. Метод Петвиашвили стабилизирующей поправки, с другой стороны, подходит для поиска решений с заранее заданной постоянной распространения, однако мощность получаемого решения не фиксируется. В случае нелинейных фотонных структур (например, многоядерных волокон) постоянная распространения хорошо параметризует локализованное решение [9, 10]. Тем не менее данный алгоритм применим лишь для многоядерных волокон регулярной структуры (рис. 1, a, δ). В таких системах эволюцию электромагнитного поля можно описать системой инвариантных уравнений, когда каждое из уравнений не содержит перекрестных членов. Для более сложных систем вышеупомянутые методы сходятся либо к тривиальному решению, либо к распределенному, не локализованному решению.

В работе рассматривается многоядерное волокно с центрально-симметричным расположением ядер (рис. 1, *в*, *г*). Поскольку центральное ядро вносит нерегулярность в структуру, применение стандартных итерационных методов для поиска стационарного решения в виде световой пули ненулевой энергии здесь невозможно.

В статье представлен новый двухуровневый итерационный алгоритм, позволяющий находить импульсное стационарное решение системы нелинейных уравнений, описывающих динамику электромагнитного поля в многоядерных волокнах центральносимметричной структуры. Проведено сравнение с приближенным аналитическим решением, показано хорошее соответствие численных и аналитических результатов. Кроме того, продемонстрирована устойчивость найденного семейства решений.

1. Математическая модель

Распространение электромагнитного поля в многоядерном волокне может быть описано с помощью системы связанных нелинейных уравнений Шрёдингера, определенных

в приближении медленной огибающей. Запишем систему из $(N_c + 1)$ уравнений, характеризующую распространение поля в многоядерном волокне центрально-симметричной структуры:

$$\begin{cases} i\frac{\partial A_0}{\partial z} + D_0\frac{\partial^2 A_0}{\partial t^2} + 2\gamma_0|A_0|^2 A_0 + \sum_{m=0}^{m=N_c} C_{0m}A_m = 0, \\ i\frac{\partial A_1}{\partial z} + D_1\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + 2\gamma_1|A_1|^2 A_1 + \sum_{m=0}^{m=N_c} C_{1m}A_m = 0, \\ \dots \\ i\frac{\partial A_{N_c}}{\partial z} + D_{N_c}\frac{\partial^2 A_{N_c}}{\partial t^2} + 2\gamma_{N_c}|A_{N_c}|^2 A_{N_c} + \sum_{m=0}^{m=N_c} C_{N_cm}A_m = 0, \end{cases}$$

где A_k — огибающая поля, распространяющегося по k-му ядру; D_k — коэффициенты дисперсии k-го ядра; γ_k — коэффициент нелинейности; z — эволюционная переменная; t — временная переменная; N_c — количество ядер на периферии. Коэффициенты взаимодействия между ядрами C_{kl} вычисляются с помощью соответствующих индексов преломления световодов n_k по следующей формуле:

$$C_{kl} = \frac{c}{(A_k A_l)^{1/2}} \int \int (n_k^2 - n_l^2) A_k A_l dx dy,$$

где *с* — некоторая константа.

Далее для каждого ядра будем учитывать влияние лишь ближайших ядер: например, для ядра на периферии вклад в эволюцию поля будут вносить ядра, находящиеся справа и слева от рассматриваемого ядра, а также центральное. Ядро, расположенное в центре, равномерно удалено от ядер на периферии, значит, в уравнениях будем учитывать все члены суммы $\sum C_{kl}A_l$.

Вследствие симметрии системы стационарное решение также обладает центральной симметрией: в ядрах на периферии импульсы характеризуются одним набором параметров (A_1, γ_1, D_1) . Решение в центральном ядре будем описывать соответственно набором (A_0, γ_0, D_0) .

Кроме того, перейдем к безразмерным величинам:

$$A_{k} = \sqrt{P_{k}}e^{iC_{kk}Lz}, \quad P_{0} = \frac{P_{1}}{N_{c}} = N^{3/2}\frac{C_{00}}{\gamma_{1}},$$
$$z' = \frac{z}{L}, \quad L = \frac{1}{C_{00}\sqrt{N}}, \quad t' = t/T, \quad T = \left(\frac{D_{0}}{C_{00}\sqrt{N_{c}}}\right)^{1/2}.$$

Итоговая система уравнений для центрального ядра u_0 и ядра на периферии u_1 запишется в виде

$$\begin{cases} i\frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + 2N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} |u_0|^2 u_0 + u_1 = 0, \\ i\frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{D_0}{D_1} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + 2|u_1|^2 u_1 + u_0 + \kappa u_1 = 0, \end{cases}$$
(1)

где коэффициент $\kappa = \frac{C_{11} + 2C_{10} - C_{00}}{C_{00}\sqrt{N_c}}.$

Для последующей верификации численного итерационного алгоритма найдем аналитическое приближенное решение. Будем искать решение в виде световой пули, когда бо́льшая часть энергии сконцентрирована в центральном ядре, а на периферии распространяются импульсы малой энергии. Кроме того, предположим, что решение в виде световой пули соответствует пространственно-временному солитону, огибающая которого имеет форму гиперболического секанса. Выпишем решение для центрального ядра [11]:

$$\begin{cases}
 u_0 = A(\lambda) f_0 \exp(i\lambda^2 z), \\
 f_0 = \operatorname{sech}(\rho_0 t), \\
 A(\lambda) = \alpha_1 \lambda + \frac{\alpha_3}{\lambda^3} + \frac{\alpha_4}{\lambda^5} + O\left(\frac{1}{\lambda^7}\right), \\
 \rho_0 = \rho_0(\lambda),
 \end{cases}$$
(2)

а также для ядра на периферии:

$$\begin{cases} u_{1} = B(\lambda)f_{1} \exp(i\lambda^{2}z), \\ f_{1} = e^{\rho_{1}t}\ln(1 + e^{-2\rho_{1}t}) + e^{-\rho_{1}t}\ln(1 + e^{2\rho_{1}t}), \\ B(\lambda) = \frac{\beta_{1}}{\lambda} + \frac{\beta_{2}}{\lambda^{3}} + \frac{\beta_{3}}{\lambda^{5}} + O\left(\frac{1}{\lambda^{7}}\right), \\ \rho_{1} = r_{1}\lambda + \frac{r_{2}}{\lambda^{3}} + O\left(\frac{1}{\lambda^{5}}\right), \end{cases}$$
(3)

где ρ_k — ширина импульсов в центральном и периферийном ядрах; f_k — пробные функции; A, B — аппроксимирующие амплитуду решения функции. Решение (2) представляет собой фундаментальное солитонное решение — импульс, способный сохранять свою форму при распространении благодаря взаимному балансу дисперсионных и нелинейных эффектов. Решение вида (3) представляет собой локализованный оптический импульс [7].

Будем искать неизвестные коэффициенты при степенях полинома методом неопределенных коэффициентов. Подставив решения (2) и (3) в исследуемую систему уравнений (1), получим уравнения для нахождения α_k , β_k и r_k . Ширину импульса центрального ядра найдем из условия взаимной компенсации дисперсионных и нелинейных эффектов таким образом:

$$\rho_0^2 = N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1} A^2. \tag{4}$$

Поскольку импульс на периферии не является фундаментальным солитоном, его ширину также найдем методом неопределенных коэффициентов. Заметим, что амплитуда полиномов аппроксимируется степенными функциями 7-го порядка точности, в то время как ширина импульса на периферии лишь функциями 5-го порядка. Это обусловлено степенями свободы системы уравнений (1): для более точной аппроксимации ширины импульса необходимо увеличивать точность аппроксимации амплитуды.

На рис. 2 представлено распределение мощности по девяти ядрам многоядерного волокна (центральному и восьми ядрам на периферии) в логарифмическом масштабе. Это частный пример искомого стационарного пространственно-временного решения



Рис. 2. Распределение мощности *P* по ядрам волокна для локализованного пространственновременного решения в логарифмическом масштабе

с параметрами $\lambda = 5$, $D_0 = D_1 = 1$, $\gamma_0 = \gamma_1 = 1$ и соответственно вычисленными A = 2.99, $\rho_0 = 5.99$, $B = 8.28 \cdot 10^{-2}$, $\rho_1 = 5.8$. На основе полученного приближенного аналитического решения будем проводить верификацию итерационного метода.

2. Итерационный метод

Для построения итерационного метода выполним преобразования системы уравнений (1). Во-первых, найдем стационарное решение в виде $u_k(z,t) = u_k(t) \exp(i\lambda^2 z)$. Подставив данный вид решения в систему, разделим первое уравнение на $2N_c \frac{\gamma_0}{\gamma_1}$, а второе — на 2 так, чтобы коэффициенты при нелинейных членах были равны единице. Далее проведем преобразование Фурье обоих уравнений системы:

$$\begin{cases} -\frac{\lambda^2}{2N}\frac{\gamma_0}{\gamma_1}\tilde{u}_0 - \frac{\gamma_1}{2N\gamma_0}\omega^2\tilde{u}_0 + N(\tilde{u}_0) + \frac{\gamma_1}{2N\gamma_0}\tilde{u}_1 = 0, \\ -\frac{\lambda^2}{2}\tilde{u}_1 - \frac{D_1}{2D_0}\omega^2\tilde{u}_1 + N(\tilde{u}_1) + \frac{\kappa}{2}\tilde{u}_1 + \frac{\tilde{u}_0}{2} = 0, \end{cases}$$
(5)

где $\tilde{u}_k = \tilde{u}_k(\omega)$ и $N(\tilde{u}_k) = F(|u_k|^2 u_k)$ — преобразование Фурье от нелинейного члена уравнения. Как видно, система (5) не инвариантна. Затем перепишем систему (5) в матричном виде $\mathbf{u} = M\mathbf{v}$ с нелинейным вектором в правой части:

$$\begin{pmatrix} \tilde{u_0} \\ \tilde{u_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2}{2N} \frac{\gamma_0}{\gamma_1} + \frac{\gamma_1}{2N\gamma_0} \omega^2 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda^2}{2} + \frac{D_1}{2D_0} - \frac{\kappa}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N(\tilde{u_0}) + \frac{\gamma_1}{2N\gamma_0} \tilde{u_1} \\ N(\tilde{u_1}) + \frac{\tilde{u_0}}{2} \end{pmatrix}$$

Для поиска стационарного решения системы (5) построим двухуровневый итерационный метод, схематично представленный на рис. 3. Внешний цикл итераций здесь основан на методе бисекции, в котором итерации сходятся к решению с ненулевой энергией. Смена границ интервала происходит на основе анализа значения энергии на предыдущей итерации.

Итак, для фиксированного значения зададим начальное приближение в виде пробных функций f_0 и f_1 , которые, вообще говоря, являются лишь приближенным решением системы (1):

$$u_0 = \lambda \operatorname{sech}(\lambda t), \quad u_1 = \frac{1}{\lambda} \left(e^{\lambda t} \ln(1 + e^{-2\lambda t}) + e^{-\lambda t} \ln(1 + e^{2\lambda t}) \right).$$

Относительно полной энергии системы $E^0 = E(u_0) + E(u_1)$ зададим правую $E_{\max} = 10^2 E^0$ и левую $E_{\min} = 10^{-2} E^0$ границы интервала, внутри которого будем искать энергию стационарного решения. Условием остановки итераций зададим критерий:

$$\frac{|E^{(k+1)} - E_M|}{E_M} < \varepsilon, \quad E_M = \frac{E_{\max} + E_{\min}}{2}, \tag{6}$$

где E_M — среднее значение на интервале; ε — заданная точность решения. При проведении расчетов точность решения составила $\varepsilon = 10^{-10}$.

Условием смены границ интервала будет знак разности $(E^{(k+1)} - E_M)$. Так, если данная разность больше нуля, происходит смена правой границы интервала $E_{\max} = E_M$, в противоположном случае — левой.



Рис. 3. Схема разработанного итерационного алгоритма

Внутренний цикл итераций необходим для приближения формы стационарного решения. Здесь осуществляются итерации вида

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \left(\frac{E_M}{\int |M^{-1}\mathbf{v}^{(k)}|^2 dt}\right)^{1/2} M^{-1}\mathbf{v}^{(k)}.$$
(7)

Данный цикл итераций направлен на уточнение формы решения. Стоит отметить, что в итерациях вида (7) происходит перенормировка энергии получаемого решения. Кроме того, для расчета нелинейного вектора правой части $\mathbf{v}^{(k)}$ необходимо после каждой внутренней итерации делать обратное преобразование Фурье для вычисления $N(\tilde{u}_k)$. В общем случае это замедляет работу алгоритма. Например, при поиске решений систем инвариантных уравнений метод Петвиашвили имеет преимущество по скорости поиска стационарного решения. Однако преимуществом предложенного алгоритма является его применимость к рассмотренному классу задач связанных нелинейных систем уравнений.

3. Результаты

Проведем сравнительный анализ полученных аналитического приближенного и численного решений. На рис. 4 представлены результаты сравнения полученных профилей импульсов в центральном (*a*) и периферийном (*б*) ядрах для различных значений λ . В центральном ядре наблюдается хорошее согласие как по амплитуде, так и по ширине импульса. Относительная ошибка расхождения приближенного аналитического и численного решений составила порядка 10^{-3} .

Однако в ядре на периферии хорошее согласие наблюдается только по амплитуде и при малых значениях параметра λ видно небольшое расхождение в значении ширин импульсов. Это объясняется использованием различных подходов для их вычисления. Так, ширина импульса в центральном ядре однозначно вычисляется из условия взаимной компенсации нелинейных и дисперсионных эффектов волокна (4), на периферии при помощи полинома (3), старшая степень которого равна λ . Поэтому при малых значениях λ возможны расхождения значений ширины аналитического и численного решений, но при больших значениях λ относительная ошибка уменьшается до аналогичного порядка 10^{-3} . Амплитуды импульсов как для центрального, так и для периферийно-



Рис. 4. Профиль мощности P приближенного аналитического и численного решений при различных значениях λ для центрального (*a*) и периферийного (*б*) ядер (линии — приближенное аналитическое решение, символы — численное решение)

го ядра задаются аппроксимирующими линейными комбинациями обратных степенных функций с точностью $O(1/\lambda^7)$, здесь видно хорошее согласие в обоих случаях.

На рис. 5 приведены результаты анализа характеристик численного метода, полученные по результатам задачи поиска стационарного локализованного пространственно-временного солитонного решения. На рис. 5, *а* представлено установление значения энергии для внешнего цикла итераций. Видно, что с увеличением значения λ количество итераций возрастает. На рис. 5, *б* представлена зависимость ошибки $|E^{(k+1)} - E^{(k)}|$ от значения номера внешней итерации *n*. На обоих рисунках видно, что в предложенном двухуровневом итерационном процессе на первых итерациях основной вклад вносит внутренний алгоритм: в процессе установления формы наблюдаются значительные флуктуации параметров.

После установления формы огибающей внутренние итерации практически не вносят вклад в работу алгоритма. Количество внутренних итераций уменьшается. Видно, что скорость схождения алгоритма снижается, что отражено на рис. 5, *б* в виде уменьшения значения производной.

На рис. 6 изображены полная энергия системы $E_{tot} = E(u_0) + E(u_1)$ и гамильтониан, который является энергетической характеристикой системы. Показано, что в дискретных системах отрицательное значение гамильтониана говорит об отсутствии коллапса [12, 13]. Кроме того, известно [14], что положительная линейная зависимость полной энергии системы от параметра λ свидетельствует об устойчивости решения.



Рис. 5. Верификация предложенного алгоритма на задаче о локализованном пространственновременном решении в многоядерных волокнах: установление значения энергии (a) и уменьшение невязки с ростом номера внешней итерации n (b)



Рис. 6. Полная энергия (*a*) и гамильтониан (б) системы как характеристики устойчивости стационарного локализованного решения

Таким образом, представлен численный алгоритм для нахождения стационарного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику электромагнитного поля в многоядерном волокне центрально-симметричной структуры. Предложенный двухуровневый итерационный метод позволяет численно находить решения для нерегулярной структуры ядер волокна, аналогичные наблюдаемым в экспериментах [15]. Так, для рассмотренного многоядерного волокна радиальной структуры с нерегулярностью в центре получено стационарное локализованное по времени и пространству солитонное решение. Показано, что найденное семейство решений является устойчивым.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-21-00110).

Список литературы / References

- Rubenchik, A.M., Chekhovskoy, I.S., Fedoruk, M.P., Shtyrina, O.V., Turitsyn, S.K. Nonlinear pulse combining and pulse compression in multi-core fibers // Optics Letters. 2015. Vol. 40, No. 5. P. 721–724.
- [2] Richardson, D.J. Filling the light pipe // Science. 2010. Vol. 330. P. 327–328.
- [3] Richardson, D.J., Fini, J.M., Nelson, L.E. Space-division multiplexing in optical fibers // Nature Photonics. 2013. Vol. 7. P. 354–362.
- [4] Morita, I., Igarashi, K., Takahashi, H., Tsuritani, T., Suzuki, M. Trans-oceanic class ultra-long-haul transmission using multi-core fiber // Optics Express. 2014. Vol. 22, No 26. P. 31761–31773.
- [5] Tran, T.X., Duong, D.C., Biancalana, F. Light bullets in nonlinear waveguide arrays under the influence of dispersion and the Raman effect // Physical Review A. 2014. Vol. 90, No. 2. P. 023857–023865.
- [6] Bryak, A.V., Akhmedov, N.N. Stationary pulse propagation in N-core nonlinear arrays // J. of Quantum Electronics. 1995. Vol. 31, No. 4. P. 682–688.
- [7] Aceves, A.B., Angelis, C.D., Rubenchik, A.M., Turitsyn, S.K. Multidimentional soliton in fiber arrays // Optics Letters. 1994. Vol. 19, No. 5. P. 329–331.
- [8] Hadzievski, L., Maluckov, A., Rubenchik, A.M., Turitsyn, S. Stable optical vortices in nonlinear multicore fibers // Light: Science and Applications. 2015. Vol. 4. E314. Available at: http://www.nature.com/lsa/journal/v4/n8/full/lsa201587a.html
- [9] Lakoba, T.I., Yang, J. A generalized Petviashvilli iteration method for scalar and vector Hamiltonian equations with arbitrary form of nonlinearity // J. of Comput. Physics. 2007. Vol. 226. P. 1668–1692.
- Petviashvili, V.I. Equation for an extraordinary soliton // Sov. J. Plasma Phys. 1976. Vol. 2. P. 257–258.
- [11] Aceves, A.B., Shtyrina, O.V., Rubenchik, A.M., Fedoruk, M.P., Turitsyn, S.K. Spatiotemporal optical bullets in two-dimensional fiber arrays and their stability // Physical Review A. 2015. Vol. 91. P. 033810–033816.
- [12] Zakharov, V.E., Kuznetsov, E.A. Soliton and collapses: two evolution scenarios of nonlinear wave systems // Reviews of Topical Problems. 2012. Vol. 55, No. 6. P. 535–556.

- [13] Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Оптические солитоны и квазисолитоны // ЖЭТФ. 1998. Т. 113, № 5. С. 1892–1914.
 Zakharov, V.E., Kuznetsov, E.A. Optical solitons and quasisolitons // JETP. 1998. Vol. 86, No. 5. P. 1035–1046.
- [14] Вахитов В.Н., Колоколов А.А. Стационарные решения волнового уравнения в среде с насыщением нелинейности // Радиофизика. 1973. Т. 17, № 7. С. 1020–1028.
 Vakhitov, V.N., Kolokolov, А.А. Stationary solutions of the wave equation for the media with saturable nonlinearity // Radiofizika. 1973. Vol. 17, No. 7. P. 1020–1028. (In Russ.)
- [15] Panagiotopoulos, P., Whalen, P., Kolesik, M., Moloney, J.V. Super high-power midinfrared femtosecond light bullet // Nature Photonics. 2015. Vol. 9. P. 543–548.

Поступила в редакцию 20 апреля 2016 г., с доработки — 27 апреля 2016 г.

Iterative method for numerical modelling of spatio-temporal optical bullets

YUSHKO, OLESYA V.

Institute of Computational Technologies SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russia Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090, Russia Corresponding author: Yushko, Olesya V., e-mail: olesya.yushko@gmail.com

Multicore fiber is one of the main research trends in the field of nonlinear optics and photonics. Its broad application lies from optical switching devices to space division multiplexing as means of the high capacity fiber links that ensure the great potential and interest in such nonlinear fiber arrays. One of the challenges in the area is numerical construction of the stationary pulse solution in the irregular fiber structures. We consider multicore fiber consisting of radial equally distributed cores with the additional core in the center, which enters the irregularity. For such a system all the well-known numerical iterative methods tend to provide the trivial solution. To the best of our knowledge, we present the original iteration algorithm to construct the stationary solution in the multicore fiber of the irregular structure which is localized in time and space domains. Moreover, we prove the stability of the numerical solution using Vakhitov — Kolokolov criteria. The developed algorithm can be used for construction of the stationary solutions in multicore fibers of irregular structures.

Keywords: numerical modeling, multicore fibers, spatiotemporal optical bullet.

Acknowledgements. The work has been supported by the Russian Science Foundation (project 14-21-00110).

Received 20 April 2016 Received in revised form 26 April 2016

 \odot ICT SB RAS, 2016