# Тепловые процессы при акустическом воздействии на насыщенную жидкостью пористую среду<sup>\*</sup>

#### Г. Я. ХУСАИНОВА

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Россия Контактный e-mail: gkama@mail.ru

Выполнено исследование процесса нагрева трехзонной пористой среды, насыщенной жидкостью, с помощью акустического поля. С учетом того, что основным механизмом, переводящим энергию акустического поля в тепло, является сила вязкого трения между насыщающей жидкостью и скелетом пористой среды, построена функция объемного источника тепла для процесса нагрева пористой среды акустическим воздействием. Исследована зависимость температурного поля от параметров пористой среды и акустического поля.

Ключевые слова: акустическое поле, пористая среда, трение, нагрев.

Библиографическая ссылка: Хусаинова Г.Я. Тепловые процессы при акустическом воздействии на насыщенную жидкостью пористую среду // Вычислительные технологии. 2019. Т. 24, № 3. С. 117–124. DOI: 10.25743/ICT.2019.24.3.009.

## Введение

Исследование акустического воздействия на призабойную зону пласта горных пород представляет большой интерес с практической точки зрения. Результаты исследования могут быть использованы в различных технологических процессах, в частности при эксплуатации газонефтяных скважин. Основное его преимущество — осуществление нагрева пласта с возможностью регулирования подаваемой через скважину энергии волн акустического поля без экологического ущерба окружающей среде с помощью довольно простых технических решений. О широких возможностях использования акустических полей при воздействии на породы-коллекторы говорят серьезные теоретические расчеты, подтвержденные экспериментально в лабораторных условиях и промысловыми испытаниями [1].

В работе [2] исследован процесс нагрева однородной пористой среды с помощью акустического поля. Работы [3, 4] посвящены изучению интенсификации нефтеотдачи при воздействии на пласт высокочастотным акустическим полем по тепловому механизму. В настоящей работе рассматривается тепловой эффект при низкочастотном акустическом воздействии на трехзонную пористую среду.

<sup>\*</sup>Title translation and abstract in English can be found on page 123.

<sup>©</sup> ИВТ СО РАН, 2019.

#### 1. Акустическая задача

Рассмотрим трехзонную пористую среду с пористостью  $m_1$  и проницаемостью  $k_1$  в первой зоне  $(0 \le x \le a)$ , с пористостью  $m_2$  и проницаемостью  $k_2$  во второй зоне  $(a < x \le l)$ и пористостью  $m_3$  в третьей зоне  $(l < x < \infty)$ . На границе (x = 0) пористой среды действует источник гармонических волн давления. Под действием источника волн давления жидкость совершает колебательные движения относительно скелета пористой среды. При описании исследуемого процесса будем считать, что пористый скелет несжимаемый. Последнее допущение означает, что из-за слабого затухания "быстрых" волн, распространяющихся по скелету, тепловым эффектом для них можно пренебречь.

При описании волновой и температурной задач считаем, что температуры жидкости и скелета пористой среды в каждой точке совпадают. Полагается, что неоднородность температурного поля не влияет на акустическое поле давления (пренебрегаем влиянием температурных эффектов на акустические характеристики, определяемым вязкостью и сжимаемостью). Кроме того, характерное время волновых процессов  $\tau_{\nu} = L/C_f$ , связанных с распространением акустического поля, для используемых в работе параметров системы существенно короче времени диффузии температурного поля  $\tau_T = L^2/\chi_T$ . Здесь  $C_f$  — скорость звука в жидкости; L — характерный размер пористой среды;  $\chi_T$  — температуропроводность среды. С учетом вышеописанного волновую и температурную задачи можно рассматривать независимо. Отметим также, что характерное время фильтрации жидкости  $\tau_{fil} = L^2/\chi$  меньше времени диффузии температурного поля  $\tau_T$ . Здесь  $\chi$  — коэффициент пьезопроводности среды.

Для одномерной задачи в случае слабых возмущений можно записать следующие линеаризованные уравнения неразрывности и импульса [5]:

$$m_j \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_{f0} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\rho_{f0}\frac{\partial u}{\partial t} = -m_j\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{m_j\mu}{k_j}u,\tag{2}$$

где j = 1 при  $0 \le x \le a, j = 2$  при  $a < x \le l; \rho_f$  — возмущение плотности жидкости;  $\rho_{f0}$  — плотность жидкости, соответствующая невозмущенному состоянию; u — скорость фильтрации жидкости; p — возмущение давления в жидкости;  $\mu$  — динамическая вязкость жидкости. В третьей зоне акустическое поле отсутствует, нагрев здесь происходит за счет теплопроводности.

Уравнение состояния жидкости в пористой среде примем в виде

$$p = C_f^2 \rho_f. \tag{3}$$

Наличие источника гармонических волн давления на границе x = 0 может быть записано в виде граничного условия

$$p = A_p \cos\left(\omega t\right), \quad x = 0, \quad t > 0,$$

где $A_p$  и  $\omega$  — амплитуда и круговая частота волны.

Для границы x = a запишем условия отсутствия скачка давления и скорости движения жидкости

$$[p] = 0, \quad [u] = 0, \quad x = a.$$
(4)

Здесь  $[\varphi]$  означает скачок параметра  $\varphi$ .

Правая граница второй зоны высокопроницаемая

$$p = 0, \quad u = 0, \quad x = l.$$
 (5)

Последнее условие для реальных ситуаций означает, например, что призабойная зона шириной l, "засорена" (область 0 < x < l), а за этой зоной ( $x \ge l$ ) начинается "незасоренная" область с проницаемостью, много раз превышающей ее значение в призабойной зоне.

На основе системы уравнений (1) — (3) нетрудно получить

$$C_f^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{1}{w_j} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad w_j = \frac{k_j \rho_{f0}}{m_j \mu}.$$
 (6)

Решение уравнения (6) будем искать в виде

$$p(x,t) = B_j \exp\left[-i\left(\omega t - K_j x\right)\right] + D_j \exp\left[-i\left(\omega t + K_j x\right)\right].$$
(7)

Здесь  $K_j$  — комплексное волновое число;  $B_j$  и  $D_j$  — неизвестные константы;  $i = \sqrt{-1}$  — мнимая единица. В выражении (7) первый член описывает распространение волны от источника по оси Ox, а второй — в обратном направлении. Волновое число  $K_j$  зависит от проницаемости и пористости, оно определяется для каждой зоны отдельно

$$K_j = \frac{\omega}{C_f} \sqrt{1 + \frac{i}{\omega w_j}}, \quad K_j = \tilde{k}_j + i\delta_j,$$

где

$$\tilde{k}_j = \frac{\omega}{C_f \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + (w_j \omega)^{-2}} + 1}, \quad \delta_j = \frac{\omega}{C_f \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + (w_j \omega)^{-2}} - 1}.$$

Параметр  $\delta_j$  показывает интенсивность затухания гармонических волн.

Решая уравнение (6), для первой зоны  $0 \leq x \leq a$  получим

$$p(x,t) = A_p \left[ (1 - \varphi_1) \exp(iK_1 x) + \varphi_1 \exp(-iK_1 x) \right] \exp(-i\omega t),$$

$$\varphi_1 = \frac{1 + \beta_1}{(1 - \exp(-2iK_1 a))\beta_1 + 1 + \exp(-2iK_1 a)},$$

$$\beta_1 = \tanh(iK_2 (l - a)) m_2 K_1 / (m_1 K_2).$$
(8)

Для второй зоны  $a < x \leq l$  решение имеет вид

$$p(x,t) = \varphi_2 A_p \left[ \exp\left(-iK_2 x\right) + \exp\left(-iK_2 \left(2l - x\right)\right) \right] \exp\left(-i\omega t\right), \tag{9}$$
$$\varphi_2 = \frac{\exp\left(i\left(K_1 + K_2\right) a\right) \left[1 - \tanh\left(iK_1 a\right)\right]}{1 + \exp\left(-2iK_2 \left(l - a\right)\right) + \left[1 - \exp\left(-2iK_2 \left(l - a\right)\right)\right] \beta_2}.$$

$$\beta_2 = \tanh\left(iK_1a\right)m_2K_1/\left(m_1K_2\right)$$

Найдем скорость фильтрации жидкости в пористой среде. Для этого из уравнений (1) и (3) получим

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{m_j}{\rho_{f0}C_f^2}\frac{\partial p}{\partial t}$$

Отсюда

$$u = -\frac{m_j}{\rho_{f0}C_f^2} \int \frac{\partial p}{\partial t} dx.$$

В последнее уравнение по очереди подставляя решения (8) и (9), находим формулы для вычисления скорости фильтрации жидкости в первой и во второй зонах. Постоянные интегрирования находим, используя граничные условия (4) и (5). Для первой зоны  $0 \le x \le a$  получим

$$u(x,t) = \theta_1 \left[ (1 - \varphi_1) \exp\left(iK_1 x\right) - \varphi_1 \exp\left(-iK_1 x\right) \right] \exp\left(-i\omega t\right)$$

Для второй зоны  $a < x \leq l$  решение имеет вид

$$u(x,t) = \theta_2 \varphi_2 \left[ \exp\left(-iK_2 x\right) - \exp\left(-iK_2 \left(2l - x\right)\right) \right] \exp\left(-i\omega t\right),$$

где  $\underline{\theta}_1 = A_p m_1 \omega / C_f^2 K_1 \rho_{f0}, \ \theta_2 = A_p m_2 \omega / C_f^2 K_2 \rho_{f0}.$ 

Под воздействием гармонических волн давления насыщающая пористую среду жидкость совершает колебательные движения относительно твердого скелета. За счет сил трения между жидкостью и скелетом энергия волны полностью переходит в тепло. Интенсивность нагрева q, отнесенная к единице объема пористой среды, равна мощности объемной силы трения

$$q = \mu \left( \operatorname{Re}\left( u \right) \right)^2 / k_j.$$

Поскольку в реальных процессах, представляющих практический интерес, характерное время нагрева значительно больше, чем период колебаний акустических волн  $(t >> \tau = 2\pi/\omega)$ , наиболее важным параметром является средний приток тепла в единицу объема за единицу времени

$$Q(x) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau q dt.$$

Средняя мощность акустического поля на единицу площади поверхности пористой среды на границе x = 0 определяется по формуле [6]

$$N = \frac{1}{\tau} \int_{0}^{\tau} \operatorname{Re}(p)|_{x=0} \operatorname{Re}(v)|_{x=0} dt$$

### 2. Температурная задача

Уравнение притока тепла в пористую среду, насыщенную жидкостью, с учетом объемного источника тепла, связанного с вязкостным затуханием акустического поля, запишем в виде

$$\rho_{j}c_{j}\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{j}\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}} + \tilde{Q}(x), \qquad (10)$$

$$\rho_{j}c_{j} = (1 - m_{j})\rho_{s}c_{s} + m_{j}\rho_{f0}c_{f}, \quad \lambda_{j} = \lambda_{s}(1 - m_{j}) + \lambda_{f}m_{j},$$

$$\tilde{Q}(x) = Q(x), \quad 0 \le x \le l, \quad \tilde{Q}(x) = 0, \quad l < x < \infty.$$

Здесь  $\rho_s$ ,  $c_s$  и  $\lambda_s$  — плотность, теплоемкость и теплопроводность материала скелета пористой среды;  $c_f$  и  $\lambda_f$  — теплоемкость и теплопроводность жидкости.

Начальное условие для температуры примем в виде

$$T = T_0, \quad x \ge 0, \quad t = 0.$$
 (11)

На границе x = 0 среда теплоизолирована:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 0. \tag{12}$$

Температура и поток тепла непрерывны на границах x = a и x = l

$$[T] = 0, \quad \left[\lambda_j \frac{\partial T}{\partial x}\right] = 0, \quad x = a, \quad x = l.$$
(13)

Условие на правой границе третьей зоны пористой среды

$$T = T_0, \quad x \to \infty. \tag{14}$$

Для численного решения задачи выполним обезразмеривание уравнения (10), а также его начального и граничных условий (11)–(14). Вводим безразмерные переменные  $T = T'T_0, t = t't_z, x = x'H$ . Здесь H — характерная глубина пористой среды, до которой тепло путем диффузии вследствие теплопроводности за счетное время не успевает дойти, т. е. в точке x' = 1 температура равна T' = 1 в течение всего времени счета. В качестве обезразмеривающего параметра  $t_z$  использовано выражение  $\rho_1 c_1 H^2 / \lambda_1$ . После обезразмеривания получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial T'}{\partial t'} &= \frac{\lambda_j t_0}{\rho_j c_j H^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial (x')^2} + \frac{t_0}{\rho_j c_j T_0} \tilde{Q}(x) \,, \\ T' &= 1, \quad x \ge 0, \quad t = 0. \\ \frac{\partial T'}{\partial x'} &= 0, \quad x' = 0. \end{aligned}$$
$$\begin{bmatrix} T' \end{bmatrix} &= 0, \quad \begin{bmatrix} \lambda_j \frac{\partial T'}{\partial x'} \end{bmatrix} = 0, \quad x' = a/H, \quad x' = l/H, \\ T' &= 1, \quad x' \to \infty. \end{aligned}$$

Исследование нагрева неоднородной пористой среды с помощью акустического поля выполнено численно методом прогонки [7, 8]. По координате шаг равен 0.001 м, а по времени — 0.001 с. Используемая численная схема была протестирована с применением аналитического решения уравнения теплопроводности для случая постоянного источника тепла на границе x' = 0.

На рис. 1 приведены распределения температуры в пористой среде. Сплошные кривые соответствуют двухчасовому воздействию акустическим полем на среду, а штриховые — четырехчасовому воздействию. Все линии получены для случая, когда мощность акустического поля равна  $N = 0.5 \text{ кBr/m}^2$ . Для используемого в вычислениях значения мощности кривым 1 соответствуют параметры волны  $A_p = 1.023 \text{ МПа}$ ,  $\omega = 100 \text{ c}^{-1}$ ; кривым  $2 - A_p = 0.778 \text{ МПа}$ ,  $\omega = 300 \text{ c}^{-1}$ . Для параметров, определяющих состояние и геометрические размеры насыщенной пористой среды, приняты значения:  $T_0 = 300 \text{ K}$ ,  $\lambda_s = 0.5 \text{ Br/(M \cdot K)}$ , a = 0.15 м,  $c_s = 790 \text{ Дж/(кг \cdot K)}$ ,  $\rho_s = 2600 \text{ кг/m}^3$ ,  $\lambda_f = 0.6 \text{ Br/(M \cdot K)}$ ,





Рис. 1. Распределение температуры в пористой среде в разные моменты времени и для разных частот акустического поля

Рис. 2. Распределение температуры в пористой среде при увеличении ширины второй зоны

 $c_f = 4200 \ \text{Дж}/(\kappa_{\Gamma} \cdot \text{K}), \ l = 0.25 \text{ м}.$  Проницаемость для каждой зоны определялась с помощью формулы Козени [9]. Пористость зон имеет значения:  $m_1 = 0.2, \ m_2 = 0.1$ . Вычисленное значение проницаемости первой зоны почти на порядок больше по сравнению с проницаемостью второй зоны. Видно, что увеличение частоты волны не дает желаемого эффекта. Здесь основная часть затрачиваемой энергии уходит на нагрев ближней зоны. При частоте  $\omega = 100 \text{ c}^{-1}$  максимум температуры наблюдается не на границе, а внутри пористой среды в зоне с меньшей проницаемостью.

На рис. 2 приведены распределения температуры в пористой среде для случая, когда ширина засоренной области ( $a < x \le l$ ) равна 0.2 м. Сплошной кривой соответствует время t = 2 ч, а штриховой — t = 4 ч. Параметры волны равны:  $A_p = 2$  МПа,  $\omega = 50$  с<sup>-1</sup>. Видно, что и в этом случае основная часть затрачиваемой энергии уходит на нагрев зоны с низкой проницаемостью.

Полученные результаты дают основание утверждать, что, варьируя частотой и амплитудой акустического поля, можно добиваться эффективного воздействия на засоренные области призабойной зоны пласта с целью нагрева этой зоны и тем самым плавления и очистки от парафиновых отложений.

## Список литературы / References

- [1] Мерсон М.Э., Митрофанов В.П., Сафин Д.В. Возможности ультразвука в нефтедобыче // Нефть России. 1999. № 1. С. 17–23.
   Merson, M.E., Mitrofanov, V.P., Safin, D.V. Capabilities of ultrasound in oil production //Neft Rossii. 1999. No. 1. P. 17–23. (In Russ.)
- [2] Хусаинов И.Г. Тепловые процессы при акустическом воздействии на насыщенную жидкостью пористую среду // Вестн. Башкир. ун-та. 2013. Т. 18, № 2. С. 350–353.
   Khusainov, I.G. Temperature distribution in a homogeneous porous medium under acoustic influence on the bottomhole zone // Bull. of the Bashkir Univ. 2013. Vol. 18, No. 2. P. 350–353. (In Russ.)

[3] Максимов Г.А., Радченко А.В. Моделирование интенсификации нефтедобычи при акустическом воздействии на пласт из скважины // Техническая акустика. 2003. Т. 3, № 10. С. 79–94.

Maksimov, G.A., Radchenko, A.V. Modeling of oil production intensification at acoustical treatment from a well // Technical Acoustics. 2003. Vol. 3, No. 10. P. 79–94. (In Russ.)

[4] Максимов Г.А., Радченко А.В. Моделирование интенсификации нефтедобычи при акустическом воздействии на пласт из скважины // Акустический журнал. 2005. Т. 51, № 7. С. 118–131.

Maksimov, G.A., Radchenko, A.V. Modelling of the intensification of oil production by an acoustic action on the oil pool from the well // Akusticheskiy Zhurnal. 2005. Vol. 51, No. 7. P. 118–131. (In Russ.)

- [5] Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 339 с.
   Nikolaevskiy, V.N., Basniev, K.S., Gorbunov, A.T. Mechanics of saturated porous media. Moscow: Nedra, 1970. 339 р. (In Russ.)
- [6] Скучик Е.П. Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. 542 с.
   Skuchik, E.P. Basics of acoustics. Vol. 2. Moscow: Mir, 1976. 542 р. (In Russ.)
- [7] Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с. Samarskiy, A.A. The theory of difference schemes. Moscow: Nauka, 1989. 616. р. (In Russ.)
- [8] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Мир, 1981. 715 с.
   Tikhonov, A.N., Samarskiy, A.A. Equation of mathematical physics. Moscow: Mir, 1981. 715 p. (In Russ.)
- [9] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с. Barenblatt, G.I., Entov, V.M., Ryzhik, V.M. Movement of liquids and gases in natural formations. Moscow: Nedra, 1984. 211 p. (In Russ.)

Поступила в редакцию 21 июня 2018 г., с доработки — 9 ноября 2018 г.

#### Thermal processes during acoustic impact on a liquid-saturated porous

Khusainova, Guzaliya Ya.

Bashkir State University Sterlitamak Branch, Sterlitamak, 453101, Russia Corresponding author: Khusainova, Guzaliya Ya., e-mail: gkama@mail.ru

Research of the impact of acoustic field on the near-well zone of rocks is considered to be attractive for using in different technological processes, in particular, during gas-oil well exploitation. Thermal effect under acoustic impact on three-zone porous medium is analyzed in this paper.

At the boundary of the porous medium a source of harmonic pressure waves is imposed. Affected by a source of pressure waves liquid will vibrate relatively to the skeleton of the porous medium.

The wave and the thermal problem are considered. The linearized equations of continuity, momentum and state, as well as boundary conditions are written for the wave

problem. For the boundary between the first and second zones we write the conditions of absence of an abrupt change in the pressure and the velocity of motion of the liquid, and the right-hand boundary of the second zone is considered to be highly permeable.

The solution of the wave problem is sought in the form of a traveling wave. Solutions are obtained for the pressure and velocity of fluid flow the formula for calculating the average heat influx per unit volume in a unit time.

For the temperature problem we write the equation of the influx of heat to the porous medium saturated with liquid, with allowance for the heat source due to the viscous attenuation of the acoustic field.

The temperature problem is solved numerically by the sweep method. The dependence of the temperature field from the porous medium parameters and the acoustic field has been analyzed. Graphs of the dependence of the temperature of the porous medium from the coordinates are presented.

The obtained results show that by selecting the frequency and amplitude of the acoustic field, it is possible to achieve a pronounced effect on the clogged areas of the bottomhole formation zone in order to heat this zone and, thereby, melting and cleaning from paraffin deposits.

Keywords: acoustic field, force, heating, porosity, permeability.

*Cite*: Khusainova, G.Ya. Thermal processes during acoustic impact on a liquid-saturated porous // Computational Technologies. 2019. Vol. 24, No. 3. P. 117–124. (In Russ.) DOI: 10.25743/ICT.2019.24.3.009.

Received June 21, 2018 Received in revised form November 9, 2018