Анализ временного отклика в несогласованных многосегментных линиях связи

К. Е. Афанасьев, Е. А. Вершинин, С. Н. Трофимов
Кемеровский государственный университет, Россия
e-mail: keafa@kemsu.ru, keen@kemsu.ru, sergei@kemsu.ru

This work addresses a problem arising in analysis of the multiwire transmission lines — computation of the transient response in mismatched transmission lines. The analysis is carried out by the TVD-scheme of the Godunov method, well-proven for a large class of problems of gas dynamics, theory of shallow water, magnetohydrodynamics.

Введение

Использование параллельных проводников для передачи сигналов имеет длинную историю и огромное количество приложений в современной технике. С ростом плотности монтажа и быстродействия устройств появилась необходимость моделирования все более сложных и тонких процессов в линиях передачи сигналов. Это привело к усложнению и удорожанию изготовления экспериментальных макетов, необходимости точного и дорогого измерительного оборудования, росту требований к квалификации исследователя-экспериментатора. Широкое распространение вычислительной техники, резкий рост ее производительности, а также возможность быстрого получения вычисленных характеристик для любых параметров проводников, изменяющихся в самых широких диапазонах, сделали численное моделирование несравнимо эффективнее экспериментального. Одной из таких задач является анализ временного отклика в несогласованных многосегментных линиях передачи, искажение сигнала в которых может привести к некорректному поведению радиоэлектронного оборудования. Теоретическим основам и вычислительным моделям посвящено огромное число публикаций, среди них можно выделить работы как зарубежных авторов (А. Джорджевич, Ф. Теше, М. Накхла и др.), так и отечественных (Л.Н. Кечиев, Н.Д. Малютин, Т.Р. Газизов и др.).

1. Постановка задачи

Переходные процессы в линиях передачи описываются обобщенными телеграфными уравнениями. Для N проводников система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}U(x,t) &= -R\;I(x,t) - L\frac{\partial}{\partial t}I(x,t), \\ \frac{\partial}{\partial x}I(x,t) &= -G\;U(x,t) - C\frac{\partial}{\partial t}U(x,t), \end{aligned} \tag{1}$$

где R, L, C, G — матрицы параметров проводников. Первая пара слагаемых в системе (1) описывает процесс распространения электромагнитного поля, вторая — взаимодействие между проводниками [1].

Граничные условия для j-го сегмента имеют вид

$$\begin{aligned} U_j^+ &= \left(\prod_{i=1}^{j} K_i\right) U_0^+, \quad K_i = \frac{Z_i}{Z_i + Z_{i\pm1}}, \\ U_j^- &= Q_j U_j^+, \quad Q_j = \frac{Z_j - Z_{j\pm1}}{Z_j + Z_{j\pm1}}, \end{aligned} \tag{2}$$

где K_i — коэффициент преломления в i-м узле; Q_j — коэффициент отражения в j-м узле; Z_i — характеристическое сопротивление i-го сегмента.

2. Метод Годунова

Поскольку процессы в проводных структурах описываются системой гиперболических уравнений, для анализа временного отклика в несогласованной линии может быть использован метод Годунова. В основе метода лежит идея использования точных решений уравнений с кусочно-постоянными начальными данными для построения разностной схемы [2, 3].

Для многопроводной линии без потерь систему (1) можно записать в виде

$$A\frac{\partial u}{\partial t} + B\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

где A и B — матрицы соответствующих коэффициентов, а u — вектор токов и напряжений.

Система (3) при этом может быть переписана в виде

$$\Lambda^* A \Lambda \frac{\partial u}{\partial t} + \Lambda^* B \Lambda \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \tag{4}$$

где Λ^* — транспонированная матрица Λ. Поскольку A и B — симметрические матрицы, причем матрица A — положительно определенная, систему (3) можно привести к каноническому виду с диагональной матрицей M:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + M\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \tag{5}$$

где v — вектор-функция $v = \Lambda^{-1}u$. Данная система распадается на m^* независимых уравнений для отдельных компонент $v^{(m)}$:

$$\frac{\partial v^{(m)}}{\partial t} + \mu_m \frac{\partial v^{(m)}}{\partial x} = 0. \tag{6}$$

Компоненты $v^{(m)}$ носят название римановых инвариантов и сохраняют постоянные значения вдоль характеристик $dx/dt = \mu_m$.

3. TVD-схема

Для повышения порядка аппроксимации решения и уменьшения нефизичных осцилляций в данной работе применяется TVD-схема. Значения величин на гранях вычислительных ячеек определяются с помощью реконструкции по усредненным значениям в их центрах:

$$v(x) = v_m + \alpha_m x, \quad x \in \left[-\frac{1}{2}\Delta x, \frac{1}{2}\Delta x\right]. \tag{7}$$

Задачей наклонов α_m является ограничение роста осцилляций там, где это угрожает устойчивости схемы. TVD-схемы вместо условия сохранения монотонности уменьшают или сохраняют полную вариацию функции. Численная схема является TVD-схемой, если она удовлетворяет свойству

$$TV_0^{k+1} \leq TV_0^k. \tag{8}$$

Это означает, что сумма пространственных вариаций в среднем не должна увеличиваться, т. е. численные осцилляции не могут расти.

Построение схемы высокого порядка точности осуществляется путем сочетания использования кусочно-линейной аппроксимации величин внутри ячеек с алгоритмом двухшагового пересчета по времени [4].

Предиктор (первый шаг). Предполагается, что внутри дискретных ячеек для всех значений сеточных функций заданы кусочно-линейные распределения вида

$$v\left(t^k, x\right) = v_j^k + \alpha_j^k\left(x - x_j\right), \quad x \in \left[x_j - \frac{1}{2}\Delta x, x_j + \frac{1}{2}\Delta x\right], \tag{9}$$

где x_j — пространственная координата центра ячейки с номером j; α_j^k — вектор наклонов распределения функции v внутри ячейки.

Уравнение для учета изменения v по времени в центре ячейки имеет вид

$$\frac{\hat{v}_j^{k+1} - v_j^k}{\Delta t} + \frac{F\left(V_j^k + \frac{1}{2}\Delta x \alpha_j^k\right) - F\left(V_j^k - \frac{1}{2}\Delta x \alpha_j^k\right)}{\Delta x} = 0. \tag{10}$$

Предиктор (второй шаг). Значение функции v на промежуточном слое по времени $t + \dfrac{1}{2}\Delta t$ вычисляется по формуле

$$v_j^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(\hat{v}_j^{k+1} + v_j^k\right). \tag{11}$$

Корректор. На этом шаге применяется схема (6):

$$\frac{v_j^{k+1} - v_j^k}{\tau} + \mu\frac{V_{j+\frac{1}{2}} - V_{j-\frac{1}{2}}}{h} = 0,$$

где все значения $V_{j+\frac{1}{2}}$ определяются решением задачи Римана с кусочно-постоянными начальными данными:

$$\begin{cases} V_j^{k+\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{2}\Delta x \alpha_j^k, & x_{j+\frac{1}{2}} < 0, \\ V_{j+1}^{k+\frac{1}{2}} - \dfrac{1}{2}\Delta x \alpha_{j+1}^k, & x_{j+\frac{1}{2}} > 0. \end{cases} \tag{12}$$

Величины наклонов α_m модифицируются ограничителями, которые являются некоторыми функциями, задающими и одновременно ограничивающими наклоны α_m на основе анализа значений v_m или конечных разностей $v_{m+1} - v_m$.

В данной работе многосегментная линия рассматривается как набор однородных сегментов с некоторыми элементами в узлах. Граничные условия определяются для каждого сегмента исходя из характеристик элементов в узлах и значений амплитуд сигнала, приходящих из соседних сегментов.

4. Численные результаты

Рассмотрим структуру (рис. 1), которая состоит из двух последовательно соединенных двухпроводных отрезков линий передачи [5].

Параметры отрезка 1: $l = 0.2$ м; $L_{11} = L_{22} = 494.6$ нГн/м, $L_{12} = L_{21} = 63.3$ нГн/м; $C_{11} = C_{22} = 62.8$ пФ/м, $C_{12} = C_{21} = -4.9$ пФ/м; $R_{11} = R_{22} = 0.1$ Ом/м, $R_{12} = R_{21} = 0.02$ Ом/м; $G_{11} = G_{22} = 0.1$ См/м, $G_{12} = G_{21} = -0.01$ См/м.

Параметры отрезка 2: $l = 0.3$ м; $L_{11} = L_{22} = 750$ нГн/м, $L_{12} = L_{21} = 95$ нГн/м; $C_{11} = C_{22} = 133$ пФ/м, $C_{12} = C_{21} = -9$ пФ/м; $R_{11} = R_{22} = 75$ Ом/м, $R_{12} = R_{21} = 15$ Ом/м; $G_{11} = G_{22} = 0.1$ См/м, $G_{12} = G_{21} = -0.01$ См/м.

Параметры элементов цепей: $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = R_3 = R_4 = 100$ Ом. На один из проводников отрезка подается трапециевидный импульс с параметрами: амплитуда $E_0 = 2$ В, длительность вершины $t_d = 6$ нс, время фронта и спада $t_r = t_f = 1$ нс.

Получены следующие результаты (рис. 2). Из рисунка видны удовлетворительные совпадения форм сигнала и пиковых значений напряжений. Преимущество по сравнению с другими подходами состоит в том, что, возможно, вычисление отклика выполняется в каждом узле оконечной и соединительной цепи.

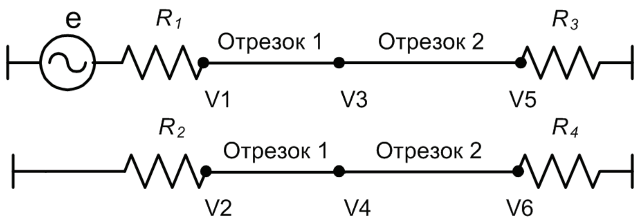

Рис. 1. Структура из двух последовательно соединенных отрезков линий передачи

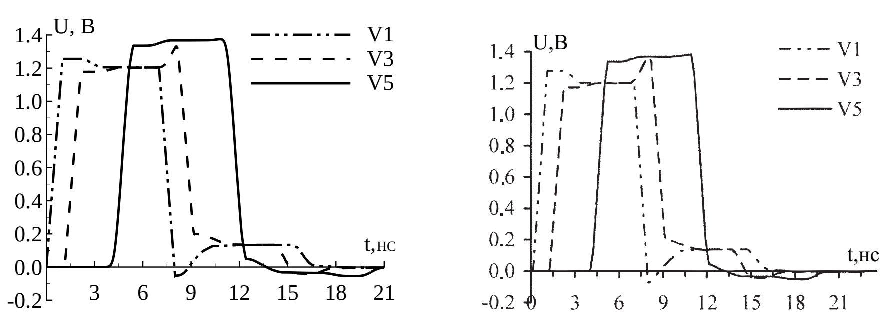

Рис. 2. Результаты для моделирования отклика без потерь: *а* — результат, полученный авторами статьи; *б* — результат из работ [5–7]

Заключение

Проведено вычисление временного отклика многосегментных, многопроводных линий передачи. Выполнено сравнение полученных результатов с результатами других авторов [5–7]. Отмечено удовлетворительное качественное совпадение форм сигнала. В итоге получен инструмент для исследования временного отклика фрагментов межсоединений с учетом взаимовлияний проводников.

Список литературы

[1] Achar R., Nakhla M.S. Simulation of High-Speed Interconnects // Proc. IEEE. 2001. Vol. 89, N 5. P. 693–728.

[2] Годунов С.К., Забродин А.В. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 374 с.

[3] Афанасьев К.Е., Вершинин Е.А. Моделирование помех отражения в многопроводных линиях связи // Вычисл. технологии. 2006. Т. 11, спецвыпуск. С. 117–127.

[4] Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 608 с.

[5] Заболоцкий А.М. Передача импульсных сигналов в многопроводных межсоединениях с неоднородным диэлектрическим заполнением: автореф. дис.... канд. техн. наук. Томск, 2007.

[6] Газизов Т.Р., Заболоцкий А.М. Модальные искажения импульсного сигнала в многопроводной линии передачи // Матер. 6-й Всерос. научно-практ. конф. “Проблемы информационной безопасности государства, общества и личности”, Томск, 2–4 июня 2004 г. С. 125–128.

[7] Djordjevic A.R., Sarkar T.K. Analysis of Time Response of Lossy Multiconductor Transmission Line Networks // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. 1987. Vol. MTT-35, N 10. P. 898–908.

Поступила в редакцию 28 марта 2008 г.