

Математическое моделирование параметрического усиления оптического сигнала со спектральным уплотнением каналов*

А. А. Редюк^{1,2}

Выполнено численное исследование параметрического усиления оптического сигнала со спектральным уплотнением каналов. Математическая модель распространения оптического сигнала по высоконелинейному волокну основана на нелинейном уравнении Шрёдингера. Для получения численного решения использовался метод расщепления по физическим процессам. Установлено, что при росте мощности накачки выше порогового значения происходит насыщение усиления. Показано, что для получения широкого и плоского спектра усиления в стандартном диапазоне длин волн необходимо, чтобы длина волны накачки была на несколько нанометров больше длины волны нулевой дисперсии волокна. Установлено, что путём увеличения длины высоконелинейного волокна можно уменьшить требуемую мощность накачки и улучшить плоскостность спектра усиления.

Ключевые слова: математическое моделирование, оптические параметрические усилители, нелинейная оптика, волоконно-оптические линии связи, нелинейные дифференциальные уравнения.

Введение

Для удовлетворения растущего спроса на передачу большого объёма информации, обусловленного постоянным появлением новых мультимедийных приложений, необходимо разрабатывать и вводить в эксплуатацию волоконно-оптические линии связи с высокоплотным спектральным уплотнением каналов и высокой спектральной эффективностью [1]. Пропускная способность существующих линий связи ограничена применением распространённых точечных эрбиевых волоконных усилителей с шириной полосы усиления в несколько десятков нанометров. Однако известно, что доступная полоса пропускания для кварцевых световодов, определяемая величиной оптических потерь, составляет несколько сотен нанометров. Поэтому для её эффективного использования необходимы исследования и разработка оптических усилителей других типов.

В несколько последних лет повышенное внимание исследователей и инженеров направлено на волоконно-оптические параметрические усилители (ВОПУ), что обусловлено высоким потенциалом их использования во многих приложениях [2–4]. В частности, ВОПУ могут применяться для усиления оптического сигнала при его распространении по волоконным линиям связи, для генерации сигнала на длинах волн, недоступных используемому источнику излучения, а также для различной оптической обработки

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный университет, Россия

Контактный e-mail: alexey.redyuk@gmail.com

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-21-00110).

сигнала. Ключевыми свойствами ВОПУ, необходимыми для их применения в качестве усилителей в волоконно-оптических линиях связи (ВОЛС) со спектральным уплотнением каналов, являются высокий коэффициент усиления, широкий диапазон длин волн и незначительные колебания спектра усиления внутри данного диапазона. Небольшой интервал колебаний коэффициента усиления в зависимости от длины волны — критичное условие применения усилителя в волоконно-оптических линиях связи, так как для всех спектральных каналов величина усиления должна быть одинаковой. Получить приемлемую плоскостность спектральной характеристики усиления можно как за счёт мультисегментных ВОПУ [5], так и за счёт ВОПУ с двойной накачкой [6]. Ещё одно преимущество ВОПУ перед эрбиевыми усилителями состоит в том, что диапазон усиления может быть центрирован на любой длине волны λ_0 . Единственное ограничение в этом случае — необходимость близкого расположения длины волны λ_0 к длине волны нулевой дисперсии волокна $\lambda_{z_{dwl}}$.

Принцип действия ВОПУ основан на нелинейном явлении в волоконном световоде, называемом *четырёхволновое смешение* (ЧВС) [7]. При распространении по световоду сигнальной волны вместе с интенсивной волной накачки происходят усиление сигнала, истощение накачки, а также генерация холостой волны, частота которой определяется частотами накачки и сигнала по закону

$$\omega_s + \omega_i = 2\omega_p \quad (1)$$

в случае одинарной накачки, где ω_s , ω_i и ω_p — частоты сигнальной волны, холостой волны и накачки соответственно, или

$$\omega_s + \omega_i = \omega_{p1} + \omega_{p2} \quad (2)$$

в случае двойной накачки, где ω_{p1} , ω_{p2} — частоты двух накачек. Схематично данные процессы изображены на рис. 1.

Для изготовления ВОПУ обычно используется специальное высоконелинейное волокно, коэффициент нелинейности γ которого на порядок больше такового для стандартного телекоммуникационного волокна. Высокий уровень нелинейности позволяет создать параметрический усилитель при помощи короткого отрезка волокна, не допустив тем самым дополнительного сильного затухания сигнала и накачки.

При исследовании параметрических усилителей методами математического моделирования спектральную характеристику усиления в первом приближении можно числен-

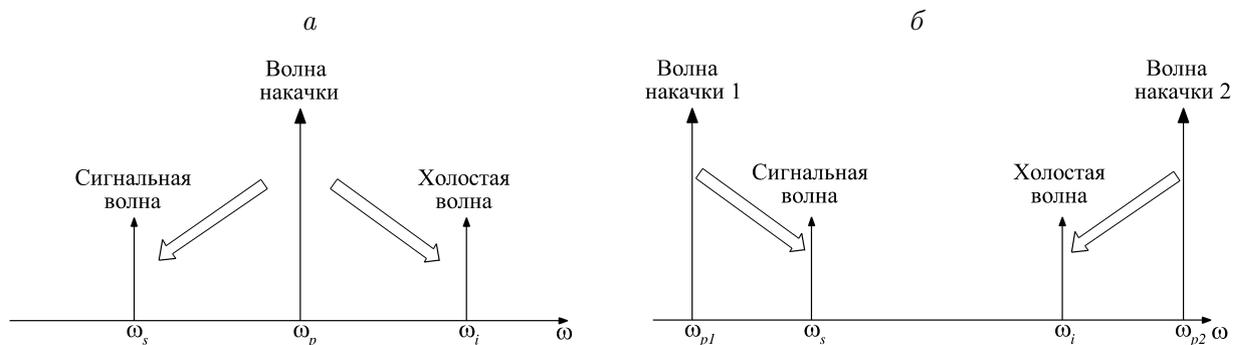


Рис. 1. Схематическое расположение частот при параметрическом усилении с одинарной (а) и двойной (б) накачкой

но получить, используя упрощённую четырёхволновую модель (four-wave model), которая учитывает нелинейные взаимодействия только между волнами накачки, сигнальной и холостой волной [7]. Численные решения, найденные с помощью данной модели, широко используются для оптимизации формы кривой усиления ВОПУ (см., например, [8, 9]). Однако в некоторых ситуациях эта модель не может быть применима для описания явления параметрического усиления. Одним из таких примеров является распространение сигнальной волны, состоящей из множества подсигналов с различными несущими длинами волн. Если N — количество подсигналов, то общее число взаимодействующих волн составляет $2N + 2$ для двух накачек и $2N + 1$ для одной накачки. Обобщение четырёхволновой модели даже на случай $N = 2$ приводит к значительному усложнению системы уравнений. В настоящей статье представлена математическая модель для описания явления параметрического усиления оптического сигнала со спектральным уплотнением каналов, основанная на нелинейном уравнении Шрёдингера. Описан метод расщепления по физическим процессам с использованием быстрого преобразования Фурье для численного решения начально-краевой задачи для данного уравнения. С помощью численных расчётов проведено исследование зависимости спектральной характеристики усиления ВОПУ с одинарной накачкой от таких параметров как длина волокна, мощность накачки и отстройка длины волны накачки от длины волны нулевой дисперсии.

1. Постановка задачи

Рассматривается распространение оптического сигнала, образованного сигнальной волной и волной накачки, по короткому отрезку высоконелинейного волокна. Требуется вычислить величину усиления сигнальной волны после прохождения по волокну и определить форму спектральной характеристики усиления ВОПУ, которая определяется как

$$G(\omega) = 10 \log_{10} \frac{|A_s(L, \omega)|^2}{|A_s(0, \omega)|^2}, \quad (3)$$

где $A_s(z, \omega)$ — амплитуда сигнальной волны, L — длина волокна.

Процесс распространения оптического сигнала по волокну описывается нелинейным уравнением Шрёдингера для комплексной огибающей амплитуды электромагнитного поля $A(z, t)$:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \sum_{k=2}^4 i^{k+1} \frac{\beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial t^k} + i\gamma |A|^2 A - \frac{\alpha}{2} A. \quad (4)$$

Здесь z — расстояние вдоль волокна, t — время, $|A|^2$ — мощность сигнала, α — коэффициент затухания, γ — коэффициент керровской нелинейности [7]. Коэффициент нелинейности γ определяется формулой

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda_c A_{\text{eff}}}, \quad (5)$$

где n_2 — нелинейный показатель преломления, λ_c — несущая длина волны, A_{eff} — эффективная площадь собственной моды световода. Параметры β_2 , β_3 и β_4 — коэффициенты

разложения постоянной распространения $\beta(\omega)$ в ряд Тейлора в окрестности несущей частоты ω_c :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_c) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_c)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_c)^3 + \dots, \quad (6)$$

т. е.

$$\beta_i = \left[\frac{d^i \beta}{d\omega^i} \right]_{\omega=\omega_c}. \quad (7)$$

Для уравнения (4) ставится начально-краевая задача с периодическими граничными условиями

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \sum_{k=2}^4 i^{k+1} \frac{\beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial t^k} + i\gamma |A|^2 A - \frac{\alpha}{2} A, \quad (8)$$

$$A(z, t) = A(z, t + T), \quad A(0, t) = \sum_{j=1}^N A_j(t) e^{i\omega_j t}, \quad \Omega = (0, L) \times (0, T),$$

где T — величина расчётной области по t , $A_j(t)$ — комплексная амплитуда j -й спектральной компоненты оптического сигнала с несущей частотой ω_j , включая амплитуду волны накачки. В отличие от упрощённых моделей в данном случае сигнальная волна может представлять собой как одноканальный сигнал с одной несущей длиной волны, так и многоканальный сигнал с несколькими несущими длинами волн.

Уравнение (4) не имеет аналитического решения за исключением некоторых частных случаев. Для его численного решения можно использовать несколько численных методов [10–13], которые в свою очередь можно отнести к одному из двух классов: конечно-разностные или псевдоспектральные. При этом вторые на порядок и более быстрее первых при той же точности счёта. Одним из наиболее широко распространённых псевдоспектральных методов является метод расщепления по физическим процессам (SSFM) [14–16]. Относительно большая скорость счёта этим методом по сравнению с большинством методов конечных разностей достигается благодаря использованию алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Принцип метода SSFM заключается в следующем: перепишем уравнение (4) в виде

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}) A, \quad (9)$$

где \hat{D} — дифференциальный оператор, учитывающий дисперсию и поглощение в линейной среде, \hat{N} — нелинейный оператор, описывающий влияние нелинейностей световода на распространение оптического сигнала. Эти операторы записываются как

$$\hat{D} = \sum_{k=2}^4 i^{k+1} \frac{\beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} - \frac{\alpha}{2}, \quad (10)$$

$$\hat{N} = i\gamma |A|^2. \quad (11)$$

Вообще говоря, дисперсия и нелинейность действуют в световоде совместно. В методе SSFM приближённое решение получают, предполагая, что при распространении оптического поля на малое расстояние h в световоде нелинейные и дисперсионные эффекты

действуют независимо, а именно, распространение от точки z к точке $z+h$ описывается в два последовательных шага. На первом шаге действует только нелинейность и в уравнении (9) $\hat{D} = 0$, на втором — только дисперсия и в уравнении (9) $\hat{N} = 0$. Формально решение имеет вид

$$A(z+h, t) \approx \exp[h\hat{D}] \exp[h\hat{N}] A(z, t). \quad (12)$$

Действие экспоненциального оператора $\exp[h\hat{D}]$ можно выполнить в фурье-пространстве, следуя формуле

$$\exp[h\hat{D}] B(z, t) = \left\{ F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)] F \right\} B(z, t). \quad (13)$$

Здесь F означает оператор фурье-преобразования, $\hat{D}(i\omega)$ можно получить из уравнения (10), заменяя дифференциальный оператор $\partial/\partial t$ на $i\omega$, где ω — частота в спектральном представлении. Так как $\hat{D}(i\omega)$ в фурье-пространстве есть просто число, уравнение (13) решается непосредственно, а использование алгоритма БПФ делает его решение относительно быстрым. Используя формулу Бейкера — Хаусдорфа для двух некоммутирующих операторов, можно показать, что SSFM имеет второй порядок точности по шагу h .

2. Результаты численных расчётов и их обсуждение

Распространённые эрбиевые усилители, используемые при разработке современных ВОЛС, способны усиливать сигнал в стандартном диапазоне длин волн C-band от 1530 до 1560 нм. Характерная величина усиления составляет 20 дБ, что соответствует потерям при распространении сигнала по одному пролёту длиной 100 км стандартного коммуникационного волокна SMF с коэффициентом затухания 0.2 дБ/км. Одной из целей исследования является сравнение ВОПУ с эрбиевыми усилителями по основным характеристикам эффективности. В связи с этим исследования ВОПУ проводились с акцентом на усиление сигнала со спектральным уплотнением каналов в диапазоне длин волн C-band.

Определим два параметра:

$$G_m = \min_{\lambda \in C\text{-band}} G(\lambda), \quad (14)$$

$$G_f = \max_{\lambda \in C\text{-band}} G(\lambda) - \min_{\lambda \in C\text{-band}} G(\lambda). \quad (15)$$

Параметр G_m соответствует минимальной величине усиления сигнала среди всех длин волн из диапазона C-band. Тогда условие, при котором для любого сигнала на длине волны из диапазона C-band величина его усиления составляет не менее 20 дБ, формулируется следующим образом: $G_m > 20$ дБ. Параметр G_f соответствует разнице между максимальной и минимальной величинами усиления сигнала в диапазоне C-band и характеризует плоскостность кривой усиления.

При численном моделировании ВОПУ использовались параметры коммерчески доступного высоконелинейного волокна: коэффициент затухания $\alpha = 0.9$ дБ/км, коэффициент нелинейности $\gamma = 8.8$ Вт⁻¹км⁻¹, дисперсионный наклон $S = 0.083$ пс · нм⁻²км⁻¹, длина волны нулевой дисперсии волокна $\lambda_{zdw} = 1566$ нм. Дисперсионный параметр четвёртого порядка β_4 , длина волокна L , длина волны накачки λ_p и мощность накачки P_p не были фиксированы и варьировались в ходе численных расчётов.

При $z = 0$ волна накачки задавалась в виде немодулированной непрерывной волны постоянной мощности P_p . Начальные условия для сигнальной волны принимались двумя способами. При исследовании усиления диапазона длин волн C-band сигнальная волна представляла собой систему со спектральным уплотнением каналов, состоящую из 80 частотных каналов с межканальным расстоянием 50 ГГц. Таким образом, полная ширина 80 каналов составляла около 32 нм (от 1530 до 1562 нм). В каждом канале сигнал задавался в виде последовательности гауссовых импульсов, формат модуляции — двоичный фазовый формат модуляции BPSK. Средняя мощность сигнала в каждом канале составляла -20 дБм, а полная средняя мощность всех 80 каналов — -1 дБм. Длительность битового интервала равна 100 пс, что соответствует скорости передачи данных 10 Гбит/с в одном канале.

При вычислении спектра усиления $G(\omega)$ сигнальная волна состояла из 120 частотных каналов с межканальным расстоянием 100 ГГц. Таким образом, полная ширина 120 каналов составляла около 100 нм. В численных расчётах кривая усиления $G(\omega)$ находилась в два этапа: на первом этапе все спектральные каналы были расположены слева от длины волны накачки и таким образом вычислялась левая часть кривой усиления, на втором — все спектральные каналы находились справа от длины волны накачки, симметрично первому случаю, и таким образом вычислялась правая часть кривой усиления. Такая техника обусловлена тем, что на практике спектральные каналы многоканального сигнала, чтобы избежать его нежелательного взаимодействия с холостым сигналом, всегда располагают с одной стороны от волны накачки. Стоит ещё раз отметить, что кривая усиления $G(\omega)$ вычисляется не последовательным “сканирова-

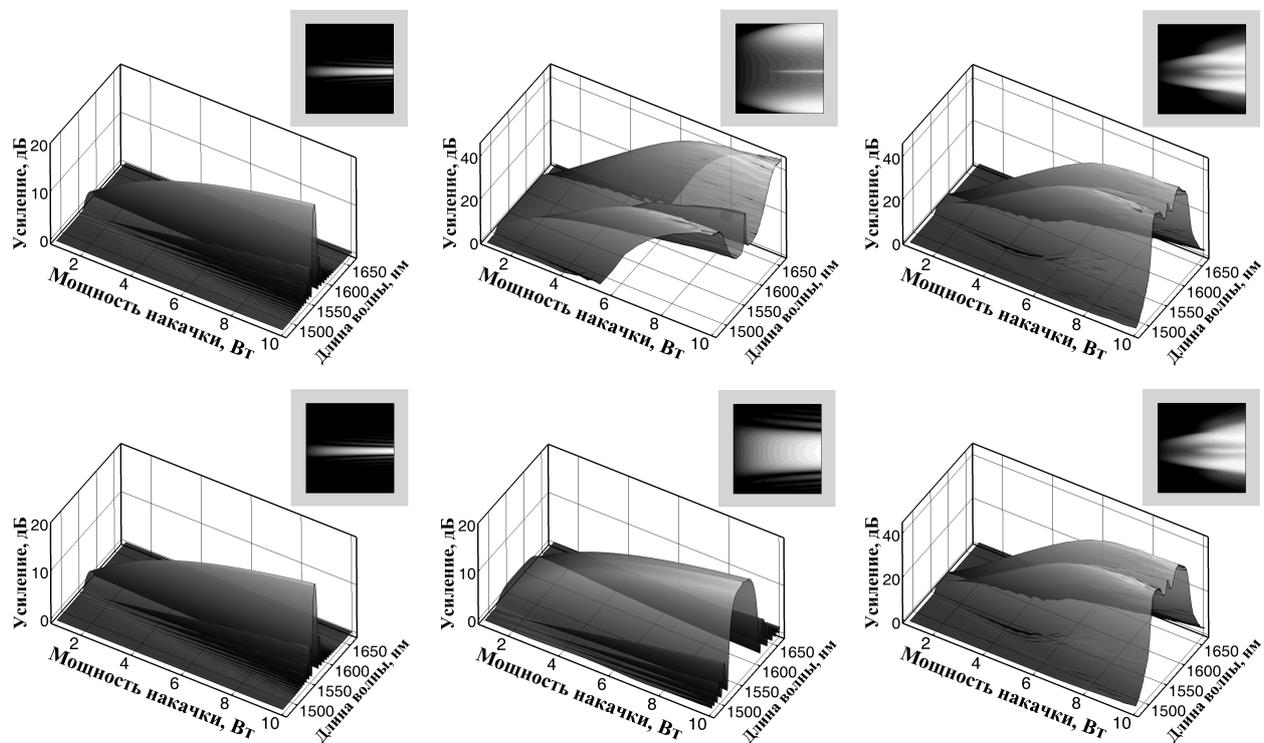


Рис. 2. Динамика формы спектра усиления при изменении мощности накачки P_p . Верхний ряд: $\beta_4 = -8 \cdot 10^{-5} \text{ пс}^4\text{км}^{-1}$, нижний ряд: $\beta_4 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ пс}^4\text{км}^{-1}$. Длина волны накачки $\lambda_p = 1564$ нм (слева), 1566 нм (в центре) и 1568 нм (справа), длина волокна $L = 0.1$ км

нием» диапазона усиления сигналом на одной длине волны, а расчётом распространения набора каналов на разных длинах волн. Это позволяет получить более реалистичный спектр усиления для многоканального сигнала и учитывать межканальные взаимодействия и взаимодействия каналов с накачкой.

На рис. 2 показано, как форма спектра усиления изменяется с ростом мощности волны накачки P_p от 1 до 10 Вт (от 30 до 40 дБм). Верхняя часть рисунка соответствует отрицательному значению дисперсионного параметра четвёртого порядка β_4 , нижняя — положительному значению β_4 . Видно, что форма спектра усиления сильно зависит от величины отстройки длины волны накачки λ_p от длины волны нулевой дисперсии λ_{zdw} . При выполнении условия $\lambda_p < \lambda_{zdw}$ (левая часть рисунка) усиливается лишь небольшой диапазон длин волн шириной около 10 нм. Однако уже при $\lambda_p = \lambda_{zdw}$ (центральная часть) можно наблюдать широкий спектр усиления. Такое же поведение видно и при $\lambda_p > \lambda_{zdw}$ (правая часть рисунка) независимо от знака β_4 . Однако присутствует и общая тенденция для всех значений отстройки: величина усиления быстро растёт с повышением мощности накачки до 5 Вт, однако для P_p больше 5 Вт рост величины усиления значительно замедляется. Этот эффект является следствием насыщения усиления и часто наблюдается в нелинейной волоконной оптике.

Рисунок 3 демонстрирует, как форма спектра усиления зависит от длины волны накачки λ_p , которая изменяется от 1563 до 1571 нм. Верхняя часть рисунка соответствует отрицательному значению дисперсионного параметра четвёртого порядка β_4 , нижняя — положительному значению β_4 . Здесь явно видно, что при длине волны накачки λ_p меньше длины волны нулевой дисперсии $\lambda_{zdw} = 1566$ нм спектр усиления узкий и составляет

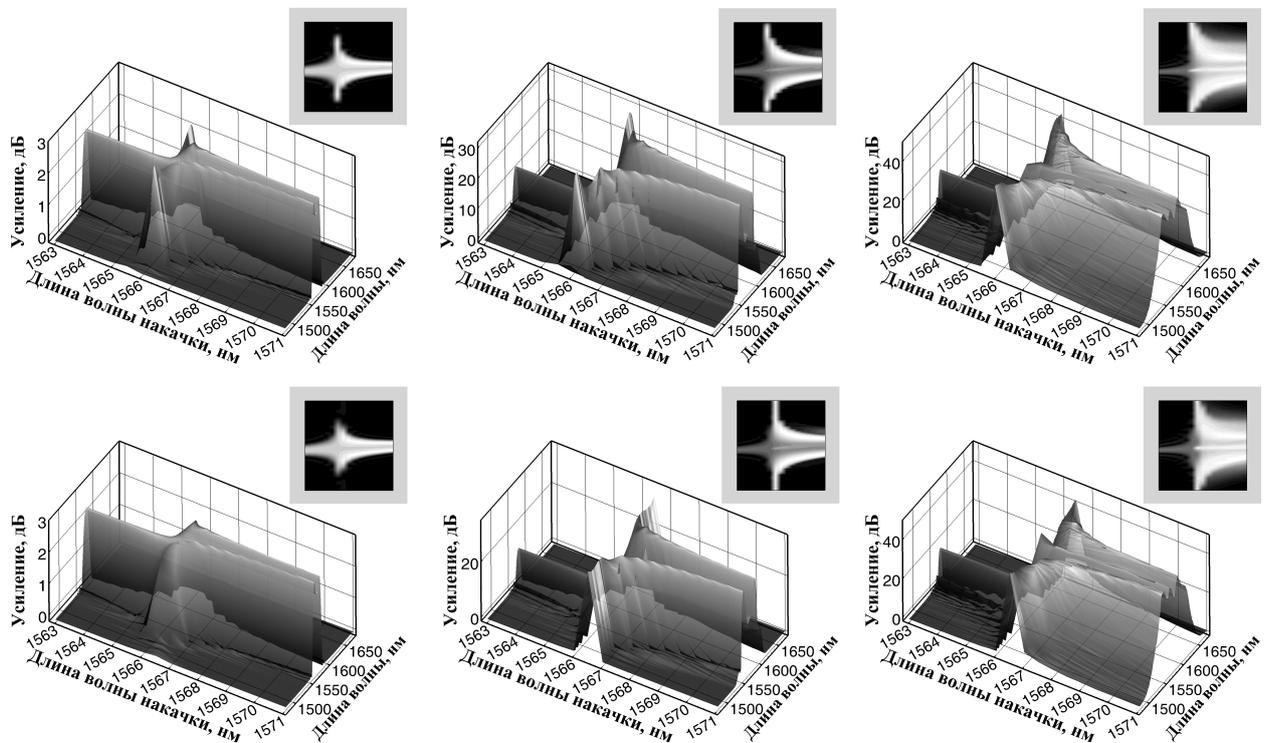


Рис. 3. Динамика формы спектра усиления при изменении длины волны накачки λ_p . Верхний ряд: $\beta_4 = -8 \cdot 10^{-5} \text{ ps}^4\text{km}^{-1}$, нижний ряд: $\beta_4 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ ps}^4\text{km}^{-1}$. Мощность накачки $P_p = 1$ Вт (слева), 5 Вт (в центре) и 10 Вт (справа), длина волокна $L = 0.1$ км

величину порядка 10 нм. В противоположном случае, при $\lambda_p > \lambda_{zdwl}$, спектр усиления может достигать 100 нм и сужается с ростом длины волны накачки. Кроме того, максимальная величина усиления при $\lambda_p < \lambda_{zdwl}$ может быть значительно меньше (до двух раз в шкале дБ) таковой при $\lambda_p > \lambda_{zdwl}$.

На рис. 4 представлена картина зависимости формы спектра усиления от дисперсионного параметра четвёртого порядка β_4 , который изменяется в диапазоне от $-6 \cdot 10^{-4}$ до -10^{-5} $\text{пс}^4\text{км}^{-1}$ (верхняя часть рисунка) и от 10^{-5} до $6 \cdot 10^{-4}$ $\text{пс}^4\text{км}^{-1}$ (нижняя часть). Видно, что значение β_4 практически не влияет на величину усиления, однако оказывает значительное воздействие на форму спектра. И хотя из этих результатов сложно выделить однозначные тенденции в зависимости формы кривой усиления от β_4 , более подробные исследования свидетельствуют, что положительным значениям β_4 соответствуют кривые усиления, показатель плоскостности которых меньше такового при отрицательных значениях β_4 .

Далее приведены результаты численного исследования ВОПУ для усиления диапазона длин волн C-band. На рис. 5 показаны линии уровня параметра G_f , характеризующего плоскостность кривой усиления, при изменении мощности накачки P_p и длины волны накачки λ_p , для разных значений дисперсионного параметра четвёртого порядка β_4 и длины волокна $L = 0.1$ км. Светлым точкам на рисунках соответствуют значения параметров P_p и λ_p , при которых выполняется заданное условие $G_m > 20$ дБ, при котором для любого сигнала на длине волны из диапазона C-band величина его усиления составляет не менее 20 дБ. Хорошо видно, что для удовлетворения условия

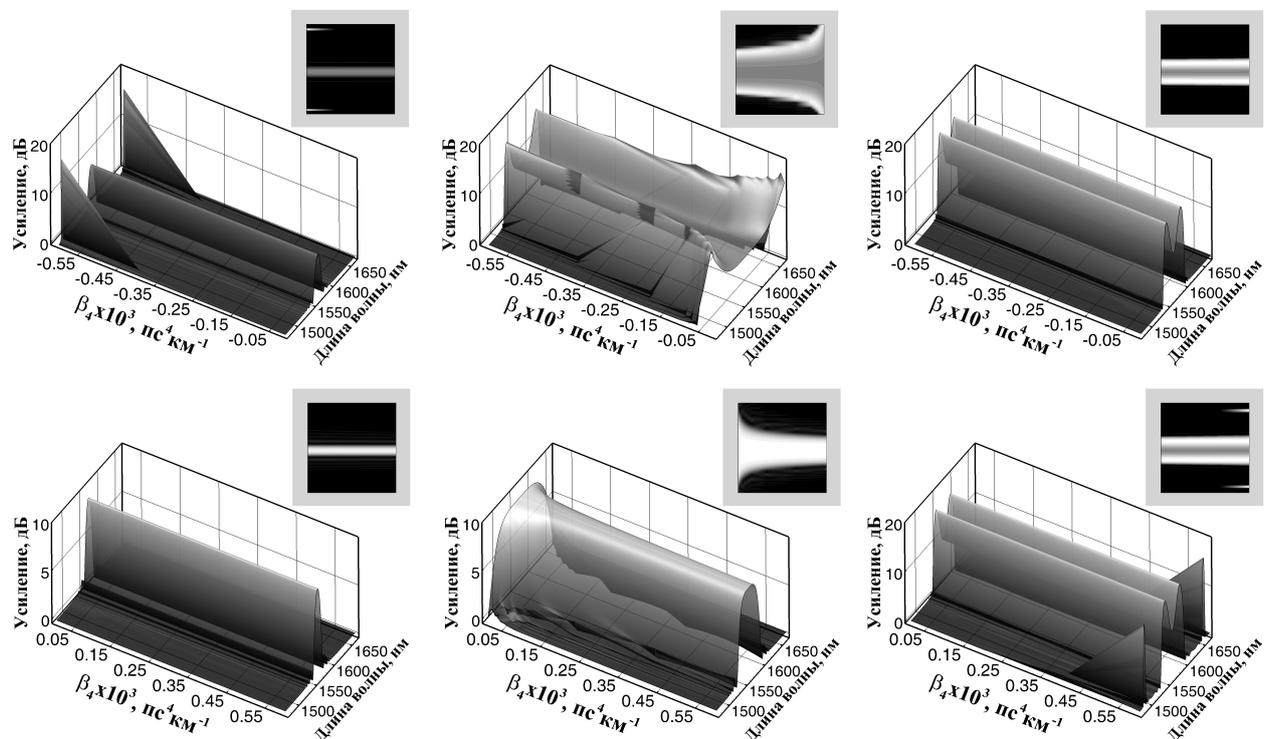


Рис. 4. Динамика формы спектра усиления при изменении дисперсионного параметра четвёртого порядка β_4 . Верхний ряд: $\beta_4 < 0$, нижний ряд: $\beta_4 > 0$. Мощность накачки $P_p = 3$ Вт, длина волны накачки $\lambda_p = 1564$ нм (слева), 1566 нм (в центре) и 1568 нм (справа), длина волокна $L = 0.1$ км

$G_m > 20$ дБ длина волны накачки должна на несколько нанометров превышать длину волны нулевой дисперсии $\lambda_{zdwl} = 1566$ нм, а мощность накачки P_p должна быть не менее 5.5 Вт. Относительно плоскостности кривой усиления видно, что при длинах волн накачки от 1567 до 1569 нм и значениях мощности накачки больше 9 Вт существует область, в которой параметр G_f достигает своих минимумов и составляет около 5 дБ.

На рис. 6 представлены результаты аналогичных расчётов, но при длине волокна $L = 0.2$ и $L = 0.3$ км. Видно, что правило отстройки длины волны накачки λ_p от длины волны нулевой дисперсии λ_{zdwl} сохраняется и для больших длин волокна. Следует отметить, что увеличению длины волокна соответствует пропорциональное уменьшение

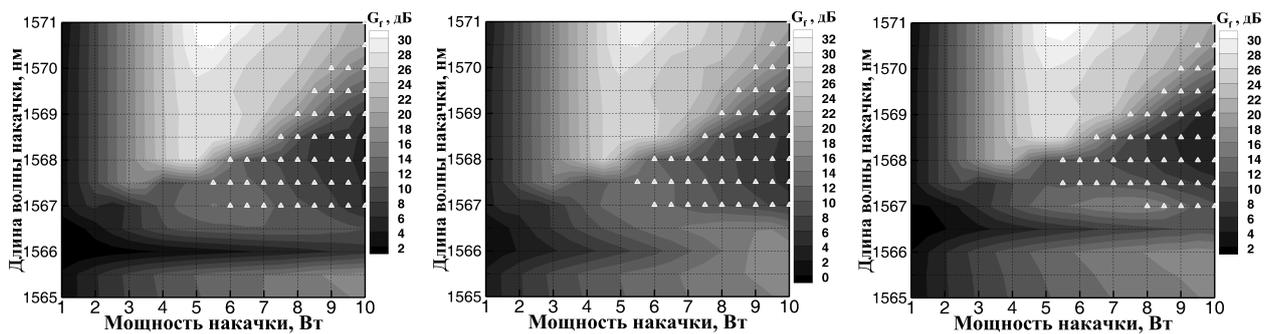


Рис. 5. Линии уровня параметра G_f в плоскости параметров мощности накачки P_p и длины волны накачки λ_p . $\beta_4 = 8 \cdot 10^{-5}$ пс⁴км⁻¹ (слева), $2 \cdot 10^{-4}$ пс⁴км⁻¹ (в центре) и $6 \cdot 10^{-4}$ пс⁴км⁻¹ (справа), $L = 0.1$ км

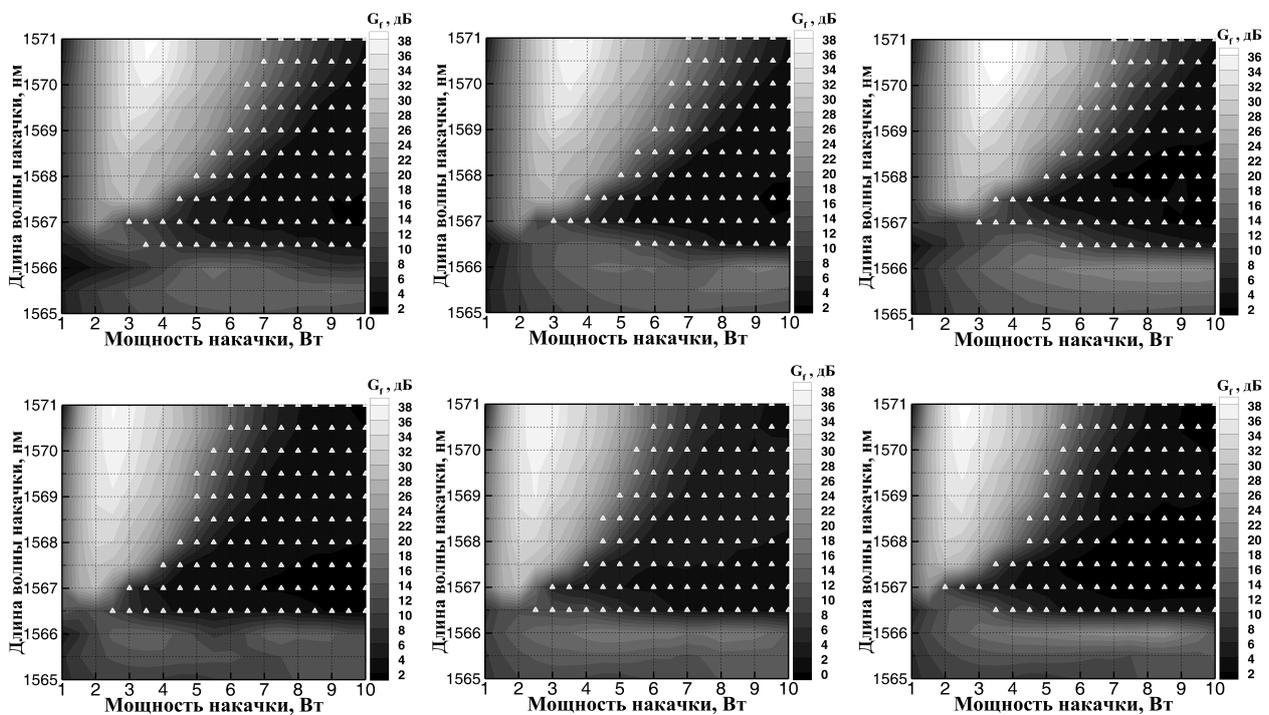


Рис. 6. Линии уровня параметра G_f в плоскости параметров мощности накачки P_p и длины волны накачки λ_p . Верхний ряд: $L = 0.2$ км, нижний ряд: $L = 0.3$ км. $\beta_4 = 8 \cdot 10^{-5}$ пс⁴км⁻¹ (слева), $2 \cdot 10^{-4}$ пс⁴км⁻¹ (в центре) и $6 \cdot 10^{-4}$ пс⁴км⁻¹ (справа)

требуемой мощности волны накачки. Область минимальной плоскостности значительно больше по сравнению с таковой предыдущего случая (см. рис. 5) и при некоторых значениях длины волны и мощности накачки достигает величины 1 дБ. Данные наблюдения свидетельствуют о необходимости использования длины высоконелинейного волокна в качестве одного из ключевых параметров при исследовании и разработке ВОПУ.

Заключение

В статье представлены результаты математического моделирования волоконно-оптических параметрических усилителей с одинарной накачкой на основе высоконелинейного волокна. Математическая модель для описания процесса параметрического усиления оптического сигнала в виде системы со спектральным уплотнением каналов основана на нелинейном уравнении Шрёдингера для комплексной огибающей амплитуды электромагнитного поля. Для получения численного решения использовался метод расщепления по физическим процессам.

Проведено исследование зависимости профиля спектра параметрического усиления от мощности волны накачки, отстройки длины волны накачки от длины волны нулевой дисперсии, дисперсионного параметра четвёртого порядка и длины высоконелинейного волокна. Установлено, что с ростом мощности накачки выше некоторого порогового значения происходит насыщение усиления. Показано, что для получения широкого и плоского спектра усиления в диапазоне длин волн C-band необходимо, чтобы длина волны накачки была на несколько нанометров больше длины волны нулевой дисперсии. Кроме того, установлено, что с помощью увеличения длины волокна можно уменьшить требуемую мощность накачки и улучшить плоскостность спектра усиления.

Список литературы

- [1] RICHARDSON D.J. Filling the light pipe // *Science*. 2010. Vol. 330, No. 6002. P. 327–328.
- [2] MARNIC M.E., RIEZNIK A.A., FRAGNITO H.L. Investigation of the gain spectrum near the pumps of two-pump fiber-optic parametric amplifiers // *J. Opt. Soc. Amer. B*. 2008. Vol. 25, No. 1. P. 22–30.
- [3] HERRMANN D., TAUTZ R., TAVELLA F. ET AL. Investigation of two-beam-pumped noncollinear optical parametric chirped-pulse amplification for the generation of few-cycle light pulses // *Opt. Express*. 2010. Vol. 18, No. 5. P. 4170–4183.
- [4] BRAIMIOTIS C., MARNIC M.E., RIEZNIK A. Mitigating PMD in fiber optical parametric amplifiers with alternating fiber twists // *IEEE J. Quant. El.* 2009. Vol. 45, No. 11. P. 1344–1349.
- [5] SYLVESTRE T., MUSSOT A., VEDADI A. ET AL. System performances of fiber optical parametric amplifiers // *Fiber and Integrated Optics*. 2008. Vol. 27, No. 6. P. 516–531.
- [6] BOGGIO J.M.C., MARCONI J.D., FRAGNITO H.L. Double-pumped fiber optical parametric amplifier with flat gain over 47-nm bandwidth using a conventional dispersion-shifted fiber // *IEEE Phot. Tech. Lett.* 2005. Vol. 17, No. 9. P. 1842–1844.
- [7] MARNIC M.E. *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillators and Related Devices*. U.K.: Cambridge Univ. Press, 2008.

- [8] GAO M.Y., JIANG C., HU W.S., WANG J. Optimized design of two-pump fiber optical parametric amplifier with two-section nonlinear fibers using genetic algorithm // *Opt. Express*. 2004. Vol. 12, No. 23. P. 5603–5613.
- [9] GAO M., JIANG C., HU W. ET AL. Optimized design of two-pump fiber optical parametric amplifier and its noise characteristics // *Opt. Comm*. 2006. Vol. 258. P. 321–328.
- [10] ABLOWITZ M.J., LADIK J.F. A nonlinear difference scheme and inverse scattering // *Stud. in Appl. Math*. 1976. Vol. 55. P. 213–229.
- [11] ТАНА Т.Р., АБЛОУИТЗ М.Д. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. Part II: Numerical nonlinear schrodinger equation // *J. Comp. Physics*. 1984. Vol. 55, No. 2. P. 203–230.
- [12] ПААСОНЕН В.И., ФЕДОРУК М.П. Компактная безытерационная схема с искусственной диссипацией для нелинейного уравнения Шрёдингера // *Вычисл. технологии*. 2012. Т. 17, № 3. С. 83–90.
- [13] DELFOUR M., FORTIN M., PAYRE G. Finite-difference solutions of a nonlinear schrodinger equation // *J. Comp. Physics*. 1981. Vol. 44, No. 2. P. 277–288.
- [14] ЯНЕНКО Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 196 с.
- [15] HARDIN R.H., TAPPERT F.D. Applications of the split-step fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations // *SIAM Review*. 1973. Vol. 15, No. 2. P. 423.
- [16] МАРЧУК Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988. 262 с.

*Поступила в редакцию 1 октября 2014 г.,
с доработки — 23 октября 2014 г.*

Mathematical modelling of the parametric amplification of the optical signal with wavelength-division multiplexing

Redyuk Alexey A.^{1,2}

Purpose. The purpose of the paper is to investigate how performance of gain spectra for one-pump parametric amplification of wavelength-division multiplexing optical signal depends on system parameters such as pump power, wavelength offset between pump wavelength and zero-dispersion wavelength, the length of highly nonlinear fiber and fourth order dispersion.

Methodology. A mathematical model of wavelength-division multiplexing applied for propagation of optical signal along highly nonlinear optical fiber is based on the nonlinear Schrödinger's equation with Kerr law nonlinearity. To perform numerical simulations, the well-known split-step Fourier method has been employed. In the numerical model pump was considered as continuous wave, whereas signal was considered as return-to-zero binary phase modulated pulse pattern.

Findings. We have presented the results of numerical simulation of wavelength-division multiplexing system with parametric amplification. We have observed the saturation of the amplifier when the pump power is above the threshold. We have shown that the pump wavelength has to be a few nanometers larger than the zero-dispersion wavelength in order

¹*Institute of Computational Technologies SB RAS, 630090, Novosibirsk, Russia*

²*Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090, Russia*

Corresponding author: Redyuk Alexey A., e-mail: alexey.redyuk@gmail.com

Aknowlegements: This work was supported by Russian Science Foundation (grant 14-21-00110).

to obtain the high, flat and broad C-band amplification gain. We have found that the required pump power may be reduced and flatness of the gain spectrum may be improved by means of increasing the length of the fiber.

Originality/value. The present study provides an original method to numerically determine the shape of gain spectra in case of wavelength-division multiplexing for optical signal.

Keywords: mathematical modelling, optical parametric amplifiers, nonlinear optics, optical fiber communication, nonlinear differential equations.

Received 1 October 2014

Received in revised form 23 October 2014