

Об одной модели распространения нефтяного загрязнения по поверхности моря

Н. А. АСЕЕВ^{1,*}, Т. О. ШЕЛОПУТ^{1,2}

¹Московский физико-технический институт, Московская область, Долгопрудный, Россия

²Институт вычислительной математики РАН, Москва, Россия

*Контактный e-mail: nikita.aseev@phystech.edu

Предложена двумерная модель распространения нефти по поверхности моря. Модель учитывает такие процессы эволюции нефти, как перенос ее морскими течениями и ветром, гравитационное растекание, движение пятна под действием турбулентной диффузии, испарение с поверхности моря, диспергирование и образование эмульсии типа “вода-в-нефти”. Модель применима к мгновенным разливам нефти на поверхности моря.

Получено новое уравнение эволюции массы нефти, включающее действие испарения, диспергирования и растекания пятна. Приводится система соотношений для численной реализации решения уравнений модели. Представлены некоторые результаты численного моделирования распространения нефти по поверхности моря, качественно воспроизводящие основные процессы эволюции нефти. Разработанная модель может использоваться как для предсказания поведения нефти в морской среде, так и для решения ряда задач об оценке ущерба, риска и т. д.

Ключевые слова: нефтяное загрязнение, математическое моделирование.

Введение

Распространение нефтяных пятен в море — весьма сложное явление, которое зависит от большого числа факторов, определяющихся как состоянием среды, так и свойствами самого вещества. К основным процессам, управляющим эволюцией нефтяного пятна, относятся гравитационное растекание, перенос вещества морскими течениями, дрейф под действием ветра, испарение, диспергирование, эмульгирование, фотоокисление и биodeградация. При попадании в море некоторого объема нефти гравитационное растекание приводит к значительному увеличению площади пятна и уменьшению его толщины [1], что в свою очередь влияет на ход испарения, диспергирования и эмульгирования. Дрейф нефти под действием морских течений и ветра при этом может переносить нефтяное пятно на значительные расстояния от места разлива нефти [2]. Физико-химические свойства и масса могут сильно меняться в ходе испарения нефти с поверхности моря. Так, в течение нескольких дней может испариться до 75 % объема нефти [3]. Под действием обрушения волн протекает диспергирование: нефть проникает в морскую толщу в виде взвешенных капель, где на нее уже влияют турбулентное перемешивание, конвекция и силы плавучести [4]. Одновременно с диспергированием происходит проникновение воды в нефтяное пятно — эмульгирование [5]. Этот процесс также изменяет физико-химические свойства нефти. В частности, вязкость может

значительно увеличиться, что ведет к трудностям при удалении загрязнения с поверхности моря. Фотоокисление и биodeградация нефти играют роль по прошествии длительного промежутка времени [6, 7].

После попадания в море нефть наносит окружающей среде и человеку ущерб, который включает в себя, например, затраты на восстановление окружающей среды, потери, которые понесут рыболовецкие хозяйства и туристические фирмы, штрафы за загрязнение и т. д. [8–12]. В связи с этим практический интерес представляет задача о минимизации такого ущерба. При вычислении ущерба параметры неблагоприятного события (например, координаты и время нефтяного разлива) считаются фиксированными. На практике эти параметры, как правило, неизвестны заранее и могут быть случайными, что делает прогноз ущерба от возможного неблагоприятного события трудноосуществимым. Такую неопределенность можно учесть, введя понятие риска как математического ожидания ущерба, а от задачи о вычислении или минимизации ущерба перейти к задаче о вычислении или минимизации риска.

В работе [13] представлена методика решения задачи об управлении риском на основе простейшей модели распространения нефти в море [14]. Согласно этой модели, нефтяное пятно рассматривается как не меняющий своей формы тонкий цилиндр с круглым сечением. Пятно движется только под действием течений в акватории моря, а процессы деградации нефти отсутствуют. Такая модель позволила разработать методику управления риском нефтяного загрязнения морской акватории, однако ряд важных физических процессов, действие которых испытывает нефть в море, остался неучтенным. Настоящая статья посвящена новой модели распространения нефтяного загрязнения по поверхности моря (далее — модель), учитывающей основные физические процессы, присущие нефти в море, и имеющей удобную математическую форму для применения методики управления риском, изложенной в [13].

В первом разделе приведены описание и основные принципы построения модели. Во втором разделе рассматриваются математические модели отдельных физических процессов, происходящих с нефтью в море. Третий раздел посвящен уравнению эволюции массы нефти, полученному путем ввода дополнительных источников удаления нефти с поверхности моря и модификации моделей испарения и диспергирования. Четвертый раздел содержит алгоритм численного решения уравнений модели. Некоторые результаты одного численного эксперимента по моделированию распространения нефти по поверхности Балтийского моря представлены в пятом разделе. В заключении приведены основные итоги работы и планы по дальнейшему развитию модели.

1. Описание модели

Разработанная модель направлена на прогнозирование поведения нефтяного пятна после аварийного разлива. Модель описывает следующие процессы распространения и деградации нефти, происходящие в течение одной-двух недель с момента разлива: перенос нефти морскими течениями по поверхности моря, дрейф под действием ветра, гравитационное растекание, движение под действием турбулентной диффузии по поверхности моря, испарение с поверхности моря, диспергирование, образование эмульсии “вода-нефть”. При этом не учитываются процессы, происходящие на более поздних стадиях: биodeградация и фотоокисление. Производится расчет таких параметров, как локализация пятна, объем нефти, масса нефти, толщина пятна, плотность нефти, водосодержание, плотность и вязкость эмульсии.

Отметим, что модель является двумерной и не описывает движение нефти и изменение основных ее параметров в морской толще. Модель применима к разливам, происходящим только на морской поверхности (например, в случае аварии танкеров). Предполагается, что нефть поступает в море мгновенно. Нефть рассматривается как двухкомпонентная смесь, состоящая из летучего и нелетучего компонентов. В качестве первоначальной формы пятна выбран прямоугольник, однако может быть использована любая другая форма.

Пусть в момент времени t_0 происходит мгновенный аварийный разлив нефти на поверхности моря. Определим следующие параметры разлива: Ω_{oil} — область, занимаемая пятном в первоначальный момент времени; m_0 — масса нефти; ρ_{oil}^0 — плотность нефти; ν_{oil}^0 — вязкость.

Нефтяное пятно условно разбивается на N_0 частей (далее — маркеров), представляющих собой тонкие цилиндры, координаты центров которых $(X_{i,0}, Y_{i,0})$, $i = 1, \dots, N_0$, считаются известными. Предполагается, что тип нефти, а значит, и фракционный состав также известны. Как следствие, плотности летучего и нелетучего компонентов нефти считаются известными заранее.

Состояние в момент t каждого маркера в отдельности определяется следующими величинами (i — номер маркера, $i = 1, \dots, N_0$): $X_i(t), Y_i(t)$ — координаты центра, $m_i(t)$ — масса нефти, $\rho_{oil,i}(t)$ — плотность нефти, $\nu_{emul,i}(t)$ — кинематическая вязкость эмульсии, $B_i(t)$ — водосодержание эмульсии, $\rho_{emul,i}(t)$ — плотность эмульсии.

Установив законы изменения этих величин для каждого маркера, можно предсказывать эволюцию состояния всего пятна в целом.

2. Выбор моделей отдельных физических процессов

Моделирование движения нефтяного пятна основано на методе блуждающих частиц [15]. Согласно этому методу, пятно разбивается на множество частей, для каждой из которых проводится прямое вычисление траектории. При этом принимается во внимание действие течений и ветра, а действие турбулентной диффузии учитывается путем добавления случайных составляющих к скоростям. Движение пятна как целого рассматривается как совокупность траекторий составляющих его маркеров. Изменение координат маркера i во времени описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dX_i(t)}{dt} &= K_c U_c(t) + K_w U_w(t) + U'(t), \\ \frac{dY_i(t)}{dt} &= K_c V_c(t) + K_w V_w(t) + V'(t), \\ X_i(t_0) &= X_{i,0}, \quad Y_i(t_0) = Y_{i,0}, \end{aligned} \quad (1)$$

где (U_c, V_c) и (U_w, V_w) — мгновенные значения скоростей течений и ветра на высоте 10 м над уровнем моря соответственно, которые предполагаются известными (взятыми, например, из соответствующей модели циркуляции); K_c и K_w — коэффициенты, отвечающие за относительный вклад скоростей течений и ветра (как правило, $K_c = 1$ и $K_w = 0.03$ [16]); (U', V') — турбулентные добавки (случайные величины, распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и наперед заданной дисперсией, зависящей от коэффициента турбулентной диффузии).

Для учета изменения площади $A_i(t)$ маркера i в гравитационно-вязком режиме растекания пятна применяется модифицированная формула Фэя [17, 18]:

$$A_i(t) = 2.1\pi \left(\frac{V_i^2(t)g(\rho - \rho_{emul,i}(t))}{\sqrt{\nu_{emul,i}(t)\rho_{emul,i}(t)\rho}} \right)^{1/3} \sqrt{t - t_0}, \quad t \geq t_0, \quad (2)$$

где $V_i(t)$ — объем маркера, g — ускорение свободного падения, ρ — плотность воды. Перекрытие маркеров друг другом учитывается при помощи метода, изложенного в [19].

Моделирование испарения нефти проводится на основе двухкомпонентного подхода [19]. Такой подход заключается в условном разбиении нефти маркера i на два компонента: летучий и нелетучий с массами $m_{v,i}(t)$ и $m_{n,i}$ соответственно. Предполагается, что испаряется только летучий компонент, масса же нелетучего компонента остается постоянной.

Согласно экспериментальным исследованиям [20], масса отдельного маркера $m_{tot,i}(t)$ вследствие испарения изменяется по закону

$$m_{tot,i}(t) = m_{0,i} \left(1 - \frac{1}{100} (C_1 + C_2(T - 273)) \ln \left(\frac{t - t_0}{60} + 1 \right) \right), \quad (3)$$

где T — температура воды в градусах Кельвина; t — время в секундах; C_1 и C_2 — константы, зависящие от типа нефти; $m_{0,i}$ — первоначальная масса маркера. Константы C_1 и C_2 для различных типов нефти могут быть установлены из [21].

Обозначим изменение массы маркера в результате действия одного лишь испарения $\tilde{m}_i(t)$. Применяя двухкомпонентный подход ко всему пятну, можно вычислить закон $\tilde{m}_i(t)$:

$$\tilde{m}_i(t) = \begin{cases} m_{tot,i}(t), & \text{если } m_{tot,i}(t) \geq m_{n,i}, \\ m_{n,i}, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4)$$

Изменение плотности каждого маркера в результате испарения вычисляется по формуле

$$\rho_{oil,i}(t) = \frac{\tilde{m}_i(t)}{\frac{m_{n,i}}{\rho_n} - \frac{m_{n,i}}{\rho_v} + \frac{\tilde{m}_i(t)}{\rho_v}}, \quad (5)$$

где $m_{n,i}$ — масса нелетучего компонента маркера i ; ρ_v и ρ_n — плотности летучего и нелетучего компонентов соответственно.

Диспергирование количественно описывается при помощи массы нефти, переходящей в глубину с поверхности моря за единицу времени на единицу площади пятна. Для расчета такой величины в модели используется следующий подход, предложенный в работе [22]. Для простоты данный подход рассмотрен для пятна в целом, однако простейшим образом может быть перенесен и на отдельные маркеры. Капли, попадающие в морскую толщу, равномерно разбиваются на D классов по диаметрам от 5 до 70 мкм с некоторым шагом $2\Delta d$. Для каждого класса вычисляется общая масса нефти $m_{disp,j}(t, d_j)$, $j = 1, \dots, D$ (d_j — диаметр класса j), попадающей в море с поверхности на единицу площади пятна в момент t :

$$m_{disp,j}(t, d_j) = c(\nu_{emul}) E_b^{0.57} F_b(t) d_j^{0.7} \Delta d, \quad (6)$$

где $c(\nu_{emul}) = 17.716\nu_{emul}^{-0.4}$ (ν_{emul} измеряется в м²/с) — эмпирический коэффициент; $E_b(t)$ — энергия обрушающихся волн,

$$E_b(t) = 0.0034\rho g H_b^2(t), \quad (7)$$

$H_b(t) = 0.0372U_a^2(t)$ — высота обрушающихся волн [18], $U_a(t) = 0.71W^{1.23}(t)$, $W(t)$ — скорость ветра на высоте 10 м; $F_b(t) = 3 \cdot 10^{-6}W^{3.5}(t)$ — относительная площадь моря, покрытая обрушающимися волнами [19]. Общая масса капель $m_{disp}(t)$, поступивших в море к моменту времени t , вычисляется по формуле

$$m_{disp}(t) = \int_{t_0}^t \sum_{j=1}^D m_{disp,j}(t, d_j) A(t) dt, \quad (8)$$

где $A(t)$ — площадь, занимаемая пятном в момент t .

Эмульгирование можно охарактеризовать такой величиной, как водосодержание. Водосодержание — это отношение массы воды в эмульсии к общей массе эмульсии “вода-в-нефти”. В модели применяется широко используемое уравнение для определения водосодержания эмульсии $B_i(t)$ маркера i [23]:

$$\frac{dB_i(t)}{dt} = k_{em} W^2(t) \left(1 - \frac{B_i(t)}{B_{\max}} \right), \quad (9)$$

где $k_{em} = 1 \dots 2$ мс/м² — эмпирическая постоянная, зависящая от типа нефти; B_{\max} — максимальное возможное водосодержание эмульсии, также зависящее от типа нефти.

При изменении водосодержания плотность эмульсии отдельного маркера $\rho_{emul,i}(t)$ меняется по следующему закону [19]:

$$\rho_{emul,i}(t) = \frac{1}{\frac{1 - B_i(t)}{\rho_{oil,i}(t)} + \frac{B_i(t)}{\rho}}. \quad (10)$$

В ходе процессов испарения и эмульгирования кинематическая вязкость каждого маркера меняется по формуле

$$\nu_{emul,i}(t) = \nu_{oil}^0 \exp \left[c_{ev} \left(1 - \frac{m_i(t)}{m_i(t_0)} \right) \right] \exp \left(\frac{c_{em1} B_i(t)}{1 - c_{em2} B_i(t)} \right), \quad (11)$$

где $c_{ev} = 1.6 \dots 10.5$, $c_{em1} = 0 \dots 5$ и $c_{em2} = -0.9 \dots 0.9$ — эмпирические коэффициенты, зависящие от типа нефти [18, 24].

3. Уравнение эволюции массы нефти

Уравнения (2)–(11) в отдельности описывают процессы, происходящие с нефтью в море. Для моделирования, однако, эти уравнения необходимо модифицировать. Поскольку испарение и диспергирование формализованы при помощи двух разных законов (см. (4) и (8)), следует, комбинируя их, получить одно уравнение эволюции массы, принимая во внимание мгновенные значения водосодержания, вязкости и плотности нефти. Настоящий раздел посвящен выводу такого уравнения.

Масса $\tilde{m}_i(t)$ отдельного маркера в предположении двухкомпонентного состава нефти в ходе процесса испарения изменяется по закону (см. (4))

$$\tilde{m}_i(t) = m_{n,i} + \tilde{m}_{v,i}(t) = \begin{cases} m_{tot,i}(t), & \text{если } m_{tot,i}(t) \geq m_{n,i}, \\ m_{n,i}, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (12)$$

где $m_{n,i} = \text{const} > 0$ — масса нелетучего компонента нефти, $\tilde{m}_{v,i}(t) \geq 0$ — закон изменения массы летучего компонента во времени вследствие только лишь действия испарения. Проникновение нефти в море в результате диспергирования может быть учтено в уравнении (12) путем добавления дополнительного источника потерь нефти (массы нефти, покинувшей поверхность моря)

$$S_i(t) = S_{v,i}(t) + S_{n,i}(t), \quad (13)$$

где $S_{v,i}(t) \geq 0$ и $S_{n,i}(t) \geq 0$ — источники потерь летучего и нелетучего компонентов нефти соответственно. Предположим, что нефть является хорошо перемешанной смесью. В этом случае массовые доли летучего и нелетучего компонентов нефти останутся неизменными, сколько бы нефти ни было удалено. Это означает, что стоки $S_{v,i}(t)$ и $S_{n,i}(t)$ должны быть связаны дополнительным условием. В предположении хорошо перемешанной смеси верно следующее равенство:

$$\frac{m_{n,i}}{m_{n,i} + \tilde{m}_{v,i}(t)} = \frac{m_{n,i} - S_{n,i}(t)}{m_{n,i} + m_{v,i}(t) - S_{n,i}(t)}, \quad (14)$$

где $m_{v,i}(t)$ — масса изменения летучего компонента нефти под действием и испарения, и дополнительного стока $S_i(t)$. Функция $m_{v,i}(t)$ может быть легко определена из (14):

$$m_{v,i}(t) = \tilde{m}_{v,i}(t) \left(1 - \frac{S_{n,i}(t)}{m_{n,i}} \right), \quad (15)$$

откуда можно установить закон изменения общей массы маркера с учетом источника потерь (13)

$$m_i(t) = \tilde{m}_i(t) \left(1 - \frac{S_{n,i}(t)}{m_{n,i}} \right). \quad (16)$$

Отметим, что (16) неявно учитывает условие хорошо перемешанной смеси.

Под источником потерь $S_i(t)$ теперь будем понимать массу диспергированной нефти. Принимая во внимание то, что испарение — достаточно быстрый процесс, будем предполагать, что диспергированию подвергается только нелетучий компонент нефти:

$$S_i(t) = m_{disp,i}(t), \quad (17)$$

где масса диспергированной нефти маркера $m_{disp,i}(t)$ определяется соотношением (8), применимым к маркеру i .

Разделим обе части (16) на $\tilde{m}_i(t)$, предполагая, что функция $\tilde{m}_i(t)$ всегда положительна (т. е. $m_n > 0$). Дифференцируя результат по времени t , с учетом (17) изменения площади маркера (2) и соотношения $m_i(t) = V_i(t)\rho_{oil,i}(t)$ получим итоговое уравнение эволюции массы

$$\frac{dm_i(t)}{dt} - G_{1,i}(t)m_i(t) + G_{2,i}(t)m_i^{2/3}(t) = 0, \quad (18)$$

где

$$G_{1,i} = \frac{1}{\tilde{m}_i} \frac{d\tilde{m}_i}{dt}, \quad G_{2,i} = \frac{\tilde{m}_i(t)}{m_{n,i}} C_i(t) F_i(t), \quad (19)$$

$$C_i(t) = 2.24 \cdot 10^{-8} \sum_{j=1}^D \nu_{emul,i}^{-0.4}(t) d_j^{0.7} \rho^{0.57} g^{0.57} W(t)^{6.3044}(t) \Delta d, \quad (20)$$

$$F_i(t) = \frac{1}{\rho_{oil,i}(t)} \cdot 2.1\pi \left(\frac{(\rho - \rho_{emul,i}(t))g}{N_0 \sqrt{\nu_{emul,i}(t) \rho_{emul,i}(t) \rho}} \right)^{1/3} \sqrt{t - t_0}. \quad (21)$$

Отметим, что дифференцирование (16) не является обязательным шагом для построения уравнения эволюции массы. Однако форма (18) удобна для дальнейшего применения метода управления риском нефтяного загрязнения, изложенного в [13].

4. Алгоритм решения уравнений модели

Сформулируем алгоритм численного решения уравнений модели. В качестве неизвестных здесь выступают величины

$$X_i(t), Y_i(t), m_i(t), \rho_{oil,i}(t), \rho_{emul,i}(t), \nu_{emul,i}(t), B_i(t), \quad i = 1, \dots, N_0,$$

законы изменения которых были рассмотрены в разд. 2 и 3 и представлены уравнениями (2), (5), (9)–(11) и (18). Для наглядности ниже еще раз приведем полученную систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dX_i(t)}{dt} &= K_c U_c(t) + K_w U_w(t) + U'(t), \\ \frac{dY_i(t)}{dt} &= K_c V_c(t) + K_w V_w(t) + V'(t), \\ \frac{dm_i(t)}{dt} - G_{1,i}(t)m_i(t) + G_{2,i}(t)m_i^{2/3}(t) &= 0, \\ \rho_{oil,i}(t) &= \frac{\tilde{m}_i(t)}{\frac{m_{n,i}}{\rho_n} - \frac{m_{n,i}}{\rho_v} + \frac{\tilde{m}_i(t)}{\rho_v}}, \\ \frac{dB_i(t)}{dt} &= k_{em} W^2(t) \left(1 - \frac{B_i(t)}{B_{\max}} \right), \\ \rho_{emul,i}(t) &= \frac{1}{\frac{1 - B_i(t)}{\rho_{oil,i}(t)} + \frac{B_i(t)}{\rho}}, \\ \nu_{emul,i}(t) &= \nu_{oil}^0 \exp \left(c_{ev} \left(1 - \frac{m_i(t)}{m_i(t_0)} \right) \right) \exp \left(\frac{c_{em1} B_i(t)}{1 - c_{em2} B_i(t)} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Начальные условия для системы (22) имеют вид

$$\begin{aligned} X_i(t_0) &= X_{i,0}, \quad Y_i(t_0) = Y_{i,0}, \quad m_i(t_0) = m_0/N_0, \quad \rho_{oil,i}(t_0) = \rho_{oil}^0, \\ B_i(t_0) &= 0, \quad \rho_{emul,i} = \rho_{oil}^0, \quad \nu_{emul,i}(t_0) = \nu_{oil}^0. \end{aligned} \quad (23)$$

Входными данными модели являются скорости течений (U_c, V_c) , ветра (U_w, V_w) , пульсационные добавки (U', V') , плотность и температура воды, а также фракционный состав $(C_1, C_2, k_{em}, c_{ev}, c_{em1}, c_{em2}, B_{\max}, \rho_v$ и $\rho_n)$. Величины, определяющие относительный вклад скоростей течений и ветра K_c и K_w , предполагаются известными. Средняя скорость ветра над пятном или маркером $W(t)$ может быть вычислена на основе поля скоростей (U_w, V_w) . Закон \tilde{m}_i задан формулой (12), законы $G_{1,i}(t)$ и $G_{2,i}(t)$ — формулами (19). Отметим, что все неизвестные (в том числе и координаты $X_i(t)$ и $Y_i(t)$) зависят лишь от времени.

Для численного решения полученных уравнений равномерно разобьем рассматриваемый отрезок времени $[t_0, t_1]$ на N_{t_1} частей с шагом $\Delta t = (t_1 - t_0)/N_{t_1}$. Обозначим k -й момент времени $\tau_k = k\Delta t$, $k = 0, \dots, N_{t_1}$ ($\tau_0 = t_0$, $\tau_{N_{t_1}} = t_1$).

Применяя простейшие численные методы для алгоритма решения уравнений модели, вычислим неизвестные:

$$\begin{aligned}
X_i(\tau_k) &= X_i(\tau_{k-1}) + \Delta t (K_c U_c(\tau_{k-1}) + K_w U_w(\tau_{k-1}) + U'(\tau_{k-1})), \\
Y_i(\tau_k) &= Y_i(\tau_{k-1}) + \Delta t (K_c V_c(\tau_{k-1}) + K_w V_w(\tau_{k-1}) + V'(X_i(\tau_{k-1}))), \\
m_i(\tau_k) &= m_i(\tau_{k-1}) + \Delta t \left(G_{1,i}(\tau_{k-1}) m_i(\tau_{k-1}) - G_{2,i}(\tau_{k-1}) m_i^{2/3}(\tau_{k-1}) \right), \\
\rho_{oil,i}(\tau_k) &= \frac{m_i(\tau_k)}{\frac{m_{n,i}}{\rho_n} - \frac{m_{n,i}}{\rho_v} + \frac{m_i(\tau_k)}{\rho_v}}, \\
B_i(\tau_k) &= B_i(\tau_{k-1}) + \Delta t k_{em} W^2(\tau_{k-1}) \left(1 - \frac{B_i(\tau_{k-1})}{B_{\max}} \right), \\
\rho_{emul,i}(\tau_k) &= \frac{1}{\frac{1}{\rho_{oil,i}} + \frac{B_i(\tau_k)}{\rho}}, \\
\nu_{emul,i}(\tau_k) &= \nu_{oil}^0 \exp \left(c_{ev} \left(1 - \frac{m_i(\tau_k)}{m_i(t_0)} \right) \right) \exp \left(\frac{c_{em1} B_i(\tau_k)}{1 - c_{em2} B_i(\tau_k)} \right), \quad i = 1, \dots, N_0, \quad (24)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
G_{1,i}(\tau_{k-1}) &= \frac{1}{\tilde{m}_i(\tau_{k-1})} \frac{d\tilde{m}_i}{dt}(\tau_{k-1}), \\
G_{2,i}(\tau_{k-1}) &= \frac{\tilde{m}_i(\tau_{k-1})}{m_{n,i}} C_i(\tau_{k-1}) F_i(\tau_{k-1}), \\
C_i(\tau_{k-1}) &= 2.24 \cdot 10^{-8} \sum_{j=1}^D \nu_{emul,i}^{-0.4}(\tau_{k-1}) d_j^{0.7} \rho^{0.57} g^{0.57} W(\tau_{k-1})^{6.3044} (\tau_{k-1}) \Delta d, \\
F_i(\tau_{k-1}) &= \frac{1}{\rho_{oil,i}(\tau_{k-1})} \cdot 2.1\pi \left(\frac{(\rho - \rho_{emul,i}(\tau_{k-1}))g}{N_0 \sqrt{\nu_{emul,i}(\tau_{k-1}) \rho_{emul,i}(\tau_{k-1}) \rho}} \right)^{1/3} \sqrt{\tau_{k-1} - t_0}. \quad (25)
\end{aligned}$$

Начальные условия для (24) имеют вид

$$\begin{aligned} X_i(\tau_0) = X_{i,0}, \quad Y_i(\tau_0) = Y_{i,0}, \quad m_i(\tau_0) = m_0/N_0, \quad \rho_{oil,i}(\tau_0) = \rho_{oil}^0, \\ B_i(\tau_0) = 0, \quad \rho_{emul,i} = \rho_{oil}^0, \quad \nu_{emul,i}(\tau_0) = \nu_{oil}^0. \end{aligned} \quad (26)$$

Эволюция основных неизвестных модели во времени вычисляется последовательным применением (24) для $k = 1, \dots, N_{t_1}$.

5. Результаты численного моделирования

В качестве иллюстрации представим результаты одного численного эксперимента по моделированию распространения нефтяного пятна в акватории Балтийского моря. Приведенный эксперимент соответствует следующему модельному сценарию: разлив происходит мгновенно на поверхности моря, пятно для упрощения имеет форму прямоугольника. Координаты центра пятна $X_0 = 25.89^\circ$ в. д., $Y_0 = 59.75^\circ$ с. ш. находятся вблизи природного парка Эстонии. Масса разлитой нефти $m_0 = 180$ т. Предполагается, что первоначально пятно не содержало воду: $B_0 = 0$. Пятно появляется в момент времени $t_0 = 0$ дней, расчет производится до момента времени $t_1 = 7$ дней. Параметры разлитой нефти приведены в таблице.

Для применения разработанной методики моделирования поведения нефти на поверхности моря пятно было разбито на $N_0 = 1024$ маркера. При моделировании дрейфа предполагалось, что в дрейф пятна течения вносят полный вклад, в то время как ветер — лишь 3%: $K_c = 1$, $K_w = 0.03$. Для вычисления диспергированной массы нефти капли, проникающие в воду, были равномерно разбиты на $D = 20$ классов с диаметрами от $d_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ м до $d_D = 7 \cdot 10^{-5}$ м.

Скорости течений в Балтийском море $U_c(X, Y, t)$, $V_c(X, Y, t)$ вычислены при использовании модели общей циркуляции Балтийского моря ИВМ РАН [25] для последней недели ноября 2007 г. Скорости ветра $U_w(X, Y, t)$, $V_w(X, Y, t)$ и температура $T(X, Y, t)$ получены из данных наблюдений (внешнего форсинга, входящего в модель общей циркуляции).

Некоторые результаты реализации соотношений (24) применительно к данным эксперимента приведены на рис. 1–6. Так на рис. 1, *a–г* изображены области локализации пятна в моменты времени $t = 0, 1, 3$ и 5 дней соответственно. На рис. 2 и 3 показана эволюция массы и объема нефти. На рис. 4–6 представлено изменение во времени соответственно кинематической вязкости, водосодержания и плотности эмульсии.

Пятно, увеличивая со временем свою площадь, приближается к берегам природного парка Эстонии. Как видно из рисунков, на которых изображена эволюция массы, с поверхности моря исчезает нефть массой порядка 50 т. Относительно большое значение массы нелетучих компонентов нефти m_n (см. таблицу) свидетельствует о том, что основным процессом, вносящим вклад в удаление нефти с поверхности моря, является диспергирование. Фактически можно утверждать, что уменьшение массы и объема нефти происходит только вследствие диспергирования. Водосодержание эмульсии монотонно возрастает, приближаясь к своему максимальному значению 0.8 (см. рис. 5).

Параметры разлитой нефти

ρ_{oil}^0 , кг/м ³	ν_{oil}^0 , м ² /с	m_n , кг	ρ_v , кг/м ³	C_1	C_2	k_{em}	c_{em1}	c_{em2}	c_{ev}	B_{max}	ρ_n , кг/м ³
877.7	$2.643 \cdot 10^{-5}$	176 054	873.85	2.86	0.045	$1.5 \cdot 10^{-6}$	2.5	0.65	5	0.8	877.79

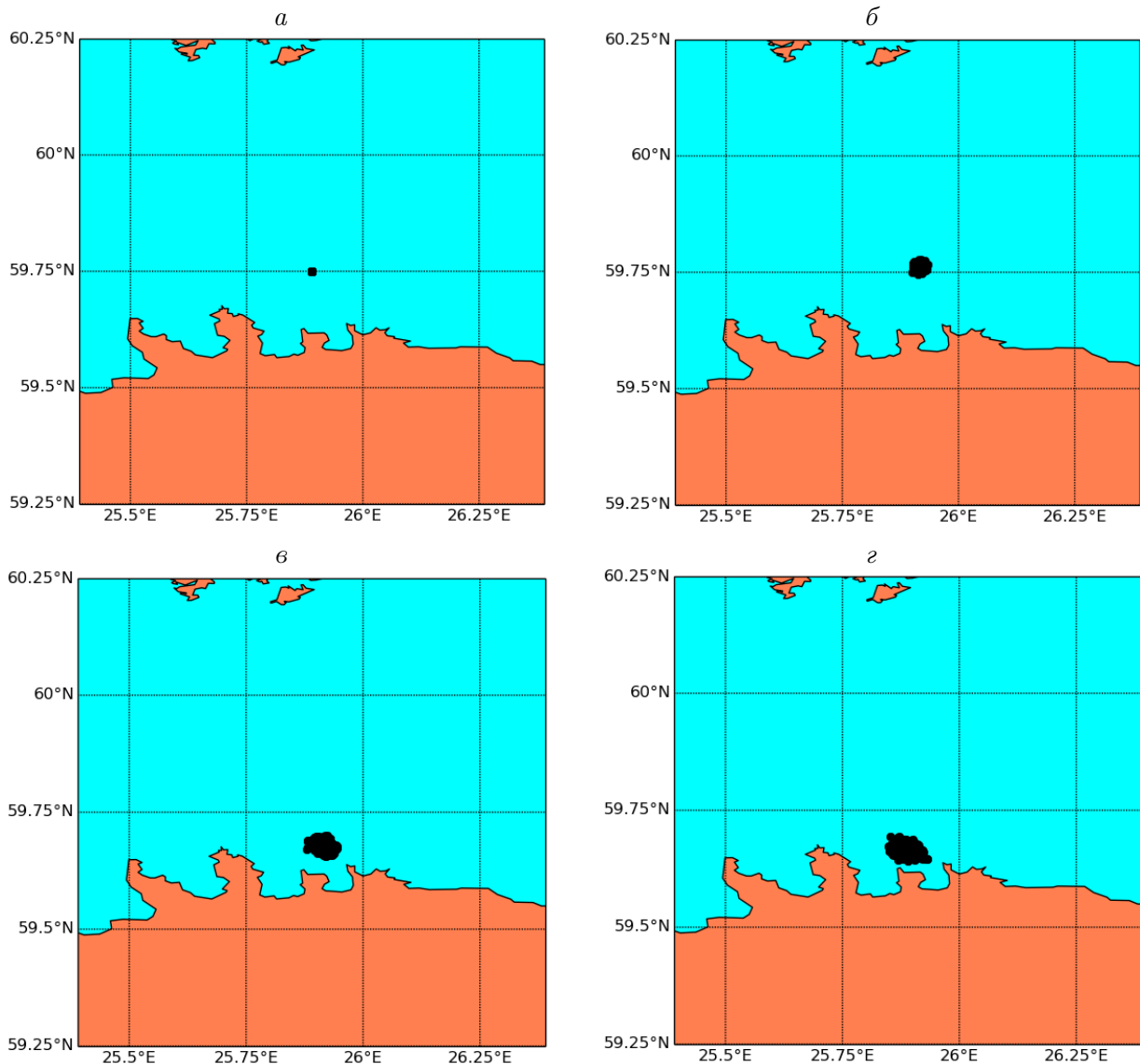


Рис. 1. Локализация пятна в моменты времени $t = 0, 1, 3$ и 5 дней (рис. *а, б, в* и *г* соответственно)

Кинематическая вязкость и плотность нефти резко возрастают в течение 15–20 ч с момента разлива (см. рис. 4, 6), что, по-видимому, является следствием резкого увеличения водосодержания в тот же промежуток времени.

Отметим, что результаты моделирования качественно совпадают с реальными наблюдениями: нефть, диффундируя, движется вдоль скоростей течений и ветра (см. рис. 1); диспергирование и испарение являются причиной резкого изменения массы нефти (см. рис. 2 и 3); водосодержание эмульсии “вода-в-нефти” увеличивается до некоторого предельного значения (см. рис. 5); вязкость и плотность эмульсии значительно повышаются (см. рис. 4, 6). Однако в дальнейшем необходимо проводить сравнение с данными наблюдений для настройки параметров модели и, возможно, для изменения моделей отдельных процессов, происходящих с нефтью в море.

Отдельного рассмотрения заслуживает вопрос зависимости результатов численного моделирования от таких параметров, как число маркеров N_0 и шаг по времени Δt .

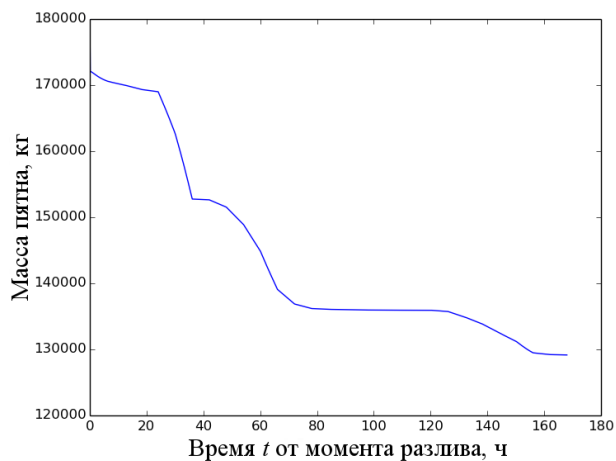


Рис. 2. Изменение массы пятна во времени

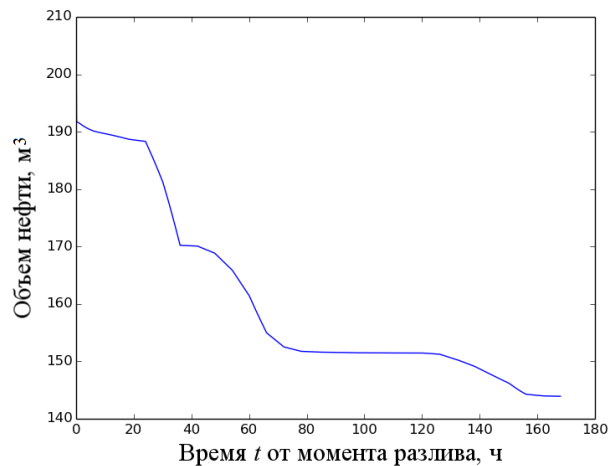


Рис. 3. Изменение объема пятна во времени

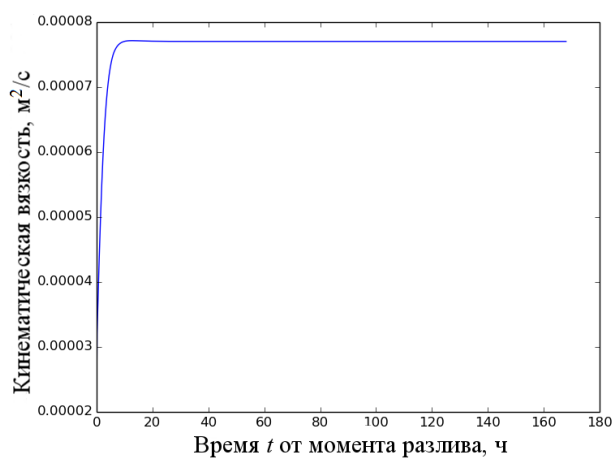


Рис. 4. Изменение кинематической вязкости эмульсии во времени

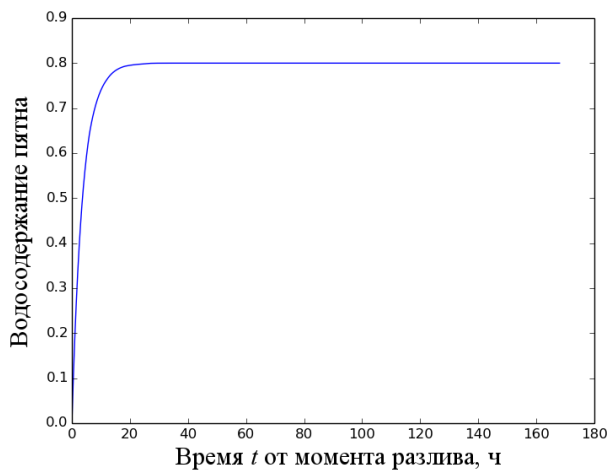


Рис. 5. Изменение водосодержания эмульсии во времени

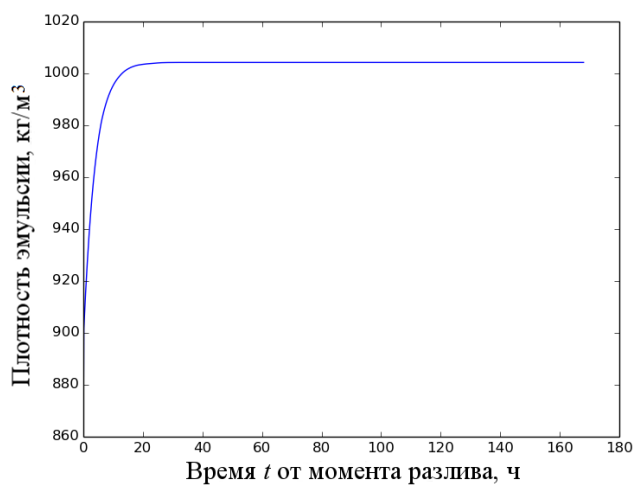


Рис. 6. Изменение плотности эмульсии во времени

Однако количество величин, характеризующих условия окружающей среды и тип нефти, очень велико. Различные значения таких параметров при фиксированных N_0 и Δt могут как оказывать сильное влияние на результаты расчетов, так и не оказывать его вовсе. Более того, при использовании скоростей течений и ветра, а также температуры воды, взятых из моделей циркуляции атмосферы и океана, важно также учитывать соответствующие пространственные и временные разрешения моделей.

В силу сложности исследования вопроса зависимости результатов расчета от N_0 и Δt и большого числа деталей в настоящей статье мы опустим подробности исследований и сформулируем лишь основные выводы.

1. Число маркеров не оказывает сильного влияния на результаты моделирования положения пятна в пространстве при небольших скоростях течений и ветра. Однако при увеличении скоростей необходимо также увеличивать и число маркеров для достижения более высокой точности.

2. В случае, если размеры пятна меньше пространственного разрешения моделей циркуляции атмосферы и моря и внешние условия окружающей среды не подвержены сильному изменению, число маркеров не влияет на эволюцию таких величин, как общая масса, объем и плотность нефти, а также плотность, водосодержание и вязкость эмульсии.

3. При выборе шага по времени Δt следует учитывать характерные времена протекания всех процессов: например, для повышения точности вычисления координат маркеров временное разрешение модели должно быть меньше временного разрешения моделей циркуляции атмосферы и моря. Испарение, как правило, протекает гораздо быстрее диспергирования и эмульгирования. Характерные времена испарения — часы, характерные времена диспергирования и эмульгирования — дни и даже недели. Таким образом, для разрешения всех процессов дегградации нефти нужен настолько малый шаг по времени, при котором разрешается самый быстрый процесс — испарение.

Поводя итог, отметим, что при выборе количества маркеров следует руководствоваться условиями окружающей среды, характерными для выбранной акватории моря, а также пространственным и временным разрешением моделей циркуляции в случае использования данных таких моделей. Выбор временного разрешения модели зависит от физико-химического состава нефти и от условий внешней среды, что влияет на характерные времена процессов дегградации нефти. Следует также учитывать временное разрешение моделей атмосферы и моря, данные из которых являются входными данными модели.

Заключение

В настоящей работе описан новый подход к моделированию распространения нефти по поверхности моря. Предложенная модель является двумерной и описывает такие процессы распространения и дегградации нефти, как перенос нефти морскими течениями, дрейф под действием ветра, гравитационное растекание, движение под действием турбулентной диффузии по поверхности моря, испарение с поверхности моря, диспергирование, а также образование эмульсии “вода-в-нефти”. Модель применима к мгновенным разливам нефти на поверхности моря.

В основе модели лежат уравнения отдельных процессов, происходящих с нефтью в морской среде (2)–(11). Было получено уравнение эволюции массы нефти (18), включающее в себя действие испарения, диспергирования, а также растекания нефтяно-

го пятна. Это уравнение основано на введении дополнительных источников удаления нефти и имеет удобную математическую форму для применения методики управления риском, описанной в [13].

Получена система соотношений (24) для численного определения неизвестных модели. Приведены некоторые результаты эксперимента по моделированию распространения нефти на поверхности моря. Результаты качественно воспроизводят основные процессы переноса и деградации нефти. Однако требуется дополнительное сравнение с данными наблюдений для более точной настройки модели или для замены моделей отдельных процессов.

В дальнейшем на основе настоящей работы планируется создать модель распространения нефти по поверхности моря с учетом действия дополнительных источников/стоков загрязнения, решить задачу о минимизации экологического ущерба [26] и задачу об управлении риском нефтяного загрязнения.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-31-00510).

Авторы выражают благодарность В.П. Шутяеву и Е.И. Пармузину за обсуждение работы и ценные замечания.

Список литературы / References

- [1] **Fay, J.A.** The spread of oil slicks on a calm sea. *Oil on the Sea* / Ed. D.P. Hoult. Boston, MA: Springer US, 1969. P. 53–63.
- [2] **Galt, J.A., Lehr, W.J., Payton, D.L.** Fate and transport of the Exxon Valdez oil spill. Pt 4 // *Environmental Science and Technology*. 1991. Vol. 25, No. 2. P. 202–209.
- [3] **Fingas, M.F.** A literature review of the physics and predictive modelling of oil spill evaporation // *J. of Hazardous Materials*. 1995. Vol. 42, No. 2. P. 157–175.
- [4] **Коротенко К.А., Мамедов Р.М.** Моделирование процесса распространения пятен нефти в прибрежной зоне Каспийского моря // *Океанология*. 2001. Т. 41, № 1. С. 45–52.
Korotenko, K.A., Mamedov, R.M. Modelling of oil spill propagation in the near-shore area of the Caspian Sea // *Oceanology*. 2001. Vol. 41, No. 1. P. 45–52. (In Russ.)
- [5] **Daling, P.S., Brandvik, P.J.** A study of the formation and stability of water-in-oil emulsions // *Proc. of the 11th Arctic and Marine Oil Spill Program (AMOP)*. Technical Seminar. Environment Canada, 1988. P. 153–170.
- [6] **Dutta, T.K., Harayama, S.** Fate of crude oil by the combination of photooxidation and biodegradation // *Environmental Science and Technology*. 2000. Vol. 34, No. 8. P. 1500–1505.
- [7] **Larson, R.A., Hunt, L.L., Blankenship, D.W.** Formation of toxic products from a # 2 fuel oil by photooxidation // *Environmental Science and Technology*. 1977. Vol. 11, No. 5. P. 492–496.
- [8] **Monson, D.H., Doak, D.F., Ballachey, B.E., Johnson, A., Bodkin J.L.** Long-term impacts of the Exxon Valdez oil spill on sea otters, assessed through age-dependent mortality patterns // *Proc. of the National Academy of Sciences USA*. 2000. Vol. 97(12). P. 6562–6567.
- [9] **Peterson, C.H., Rice, S.D., Short, J.W., Esler, D., Bodkin, J.L., Ballachey, B.E., Irons, D.B.** Long-term ecosystem response to Exxon Valdez oil spill // *Science*. 2003. Vol. 302. P. 2082–2086.

- [10] **Votier, S.C., Hatchwell, B.J., Beckerman, A., McCleery, R.H., Hunter, F.M., Pellatt, J., Trinder, M., Birkhead, T.R.** Oil pollution and climate have wide-scale impacts on seabird demographics // *Ecology Letters*. 2005. Vol. 8, No. 11. P. 1157–1164.
- [11] **Whitehead, A., Dubansky, B., Bodinier, C., Garcia, T.I., Miles, S., Pilley, C., Raghunathan, V., Roach, J.L., Walker, N., Walter, R.B., et al.** Genomic and physiological footprint of the deepwater horizon oil spill on resident marsh fishes // *Proc. of the National Academy of Sciences*. 2012. Vol. 109(50). P. 20298–20302.
- [12] **Патин С.А.** Нефтяные разливы и их воздействие на морскую среду и биоресурсы. М.: ВНИРО, 2008. 508 с.
Patin, S.A. Oil spills and their impacts on sea and bioresources. M: VNIRO, 2008. 508 p. (In Russ.)
- [13] **Aseev, N.A., Agoshkov, V.I., Zalesny, V.B., Aps, R., Kujala, P., Rytönen, J.** The problem of control of oil pollution risk in the Baltic Sea // *Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2014. Vol. 29, No. 2. P. 93–105.
- [14] **Скриптунова Л.И.** Методы морских гидрологических прогнозов. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 280 с.
Skriptunova, L.I. Methods of hydrological forecasts. L.: Gidrometeoizdat, 1984. 280 p. (In Russ.)
- [15] **Озмидов Р.В.** Диффузия примесей в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 279 с.
Ozmidov, R.V. Diffusion of pollutants in ocean. L.: Gidrometeoizdat, 1986. 279 p. (In Russ.)
- [16] A review and evaluation of basic techniques for predicting the behavior of surface oil slicks / K.D. Stolzenbach, O.S. Madsen, E.E. Adams, A.M. Pollack, C.K. Copper. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 1977. 315 p.
- [17] **Fay, J.A.** Physical processes in the spread of oil on a water surface // *Intern. Oil Spill Conf.* Washington, DC: American Petroleum Institute, 1971. P. 463–467.
- [18] **Lehr, W.J.** Review of modeling procedures for oil spill weathering behavior // *Advances in Ecological Sciences*. 2001. Vol. 9. P. 51–90.
- [19] **Liungman, O., Mattsson, J.** Scientific documentation of Seatrack Web; physical processes, algorithms and references. Swedish Meteorological and Hydrological Institute. 2011. Available at: <https://stw-helcom.smhi.se/> (accessed 23.10.2016).
- [20] **Fingas, M.** The evaporation of oil spills: variation with temperature and correlation with distillation data // *Proc. of the Nineteenth Arctic and Marine Oil Spill Program (AMOP). Technical Seminar.* Environment Canada, 1996. P. 29–72.
- [21] **Fingas, M.** The evaporation of oil spills: development and implementation of new prediction methodology // *Intern. Oil Spill Conf.* Washington, DC: American Petroleum Institute, 1999. P. 281–287.
- [22] **Delvigne, G.A.L., Swinney, C.E.** Natural dispersion of oil // *Oil and Chemical Pollution*. 1988. Vol. 17. P. 281–310.
- [23] Oil spill processes and models / D. Mackay, I.A. Bruist, R. Mascarenhas, S. Paterson. Ottawa, Ontario: Environment Canada Report No EE-8, 1980. 96 p.
- [24] **Mackay, D., Shiu, W.Y., Hossain, K., Stiver, W., McCurdy, D., Peterson S., Tebeau, P.A.** Development and calibration of an oil spill behaviour model. U.S. Coast Guard Research and Development Center CG-D, 1982. P. 72–83.
- [25] **Zalesny, V.B., Gusev, A.V., Chernobay, S.Yu., Aps, R., Tamsalu, R., Kujala, P., Rytönen J.** The Baltic Sea circulation modelling and assessment of marine pollution // *Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2014. Vol. 29, No. 2. P. 129–138.

- [26] **Агошков В.И., Асеев Н.А., Новиков И.С.** Методы исследования и решения задач о локальных источниках при локальных или интегральных наблюдениях. М.: ИВМ РАН, 2012. 151 с.

Agoshkov, V.I., Aseev, N.A., Novikov, I.S. Methods of study and solving the problems on local sources under local or integrated observations. Moscow: IVM RAN, 2012. 151 p. (In Russ.)

*Поступила в редакцию 25 мая 2016 г.,
с доработки — 8 сентября 2016 г.*

Mathematical model of oil spill propagation at the sea surface

ASEEV, NIKITA A.^{1,*}, SHELOPUT, TATYANA O.^{1,2}

¹Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Moscow Region, Dolgoprudny, 141700, Russia

²Institute of Numerical Mathematics RAS, Moscow, 119333, Russia

*Corresponding author: Aseev, Nikita A., e-mail: nikita.aseev@phystech.edu

The purpose of the study is devoted to the development of the new oil spill model describing the propagation of a slick at the sea surface. The model is two-dimensional and applicable to instant leakages at the sea surface. The model describes basic processes of the oil slick evolution: oil transport due to currents, drift under the action of wind, spreading on the surface, evaporation, emulsification and dispersion. Such parameters as slick location, mass, density of oil, water content, viscosity and density of “water-in-oil” emulsion are modeled.

The model relies on experimental and theoretical open-source investigations on the processes of oil transport and degradation. The core of the model consists of the random walk technique. According to this technique, the slick is divided into the crowd of smaller parts (so called markers). Coordinates and basic physical and chemical parameters are calculated for each marker. Transport of the whole slick is described by means of trajectories of all markers. Changing in physical and chemical parameters is used to describe the correspondent changes in physical and chemical parameters of the slick. New equation is obtained to calculate the evolution of mass of markers. The equation is based on additional oil losses. It takes into account oil spreading, evaporation and dispersion. Explicit methods of time discretization are used for numerical solution of the system of equation.

A range of numerical experiments was conducted to model the parameters of the oil spill resulted in an accident at the surface of the Baltic Sea. The results qualitatively reconstruct observations. However, more precise comparison is required for the model adjustment using experimental data.

Keywords: oil pollution, mathematical modelling.

Acknowledgements. The work has been supported by the RFBR (grant No. 16-31-00510).

Received 25 May 2016

Received in revised form 8 September 2016