

Численное решение задачи о сжатии газа при заданном законе воздействия

С. П. БАУТИН*, Ю. В. НИКОЛАЕВ

Снежинский физико-технический институт Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 456776, Снежинск, Россия

*Контактный автор: Баутин Сергей Петрович, e-mail: sbautin@mail.ru

Поступила 16 сентября 2020 г., доработана 8 октября 2021 г., принята в печать 15 октября 2021 г.

Выполнено численное моделирование одномерных течений политропного газа, описывающее сжатие покоящегося газа с плотностью 1 в покоящийся газ, сжатый до значения 10^4 . Описываемое сжатие происходит без ударных волн эффективным с точки зрения энерговложения способом, так как энергия тратится только на сжатие газа, но не на его разгон.

Ключевые слова: система уравнений газовой динамики, одномерное течение, безударное сжатие.

Цитирование: Баутин С.П., Николаев Ю.В. Численное решение задачи о сжатии газа при заданном законе воздействия. Вычислительные технологии. 2021; 26(6):20–32. DOI:10.25743/ICT.2021.26.6.003.

Введение

Управляемый термоядерный синтез является практически неограниченным источником энергии, и уже несколько десятилетий ученые занимаются его изучением для случая, когда термоядерную реакцию хотят вызвать без использования энергии атомного взрыва (см., например, [1–7]). В Ливерморской лаборатории (США) начиная с 2013 г. проводятся эксперименты [4] с целью получения энергии от термоядерного горения дейтериево-тритиевой мишени в результате сжатия под действием энергии, передаваемой лазерной установкой (ЛТС — лазерный термоядерный синтез). В 2014–2017 гг. проведен ряд экспериментов, направленных на улучшение характеристик физической модели ЛТС [5]. В России установки ЛТС созданы в РФЯЦ — ВНИИЭФ [6]. Во всех случаях приходится решать вопросы неустойчивости течений в моменты времени, близкие к моменту сжатия.

Предложено и создано много типов мишеней, один из примеров приведен в работе [1]. Мишень — дейтериево-тритиевый цилиндр, находящийся внутри бериллиевого цилиндрического слоя. Энерговложение в бериллий приводит к росту давления, его расширению и последующему сжатию дейтериево-тритиевой смеси. В этом случае при стремлении к нулю диаметра области с дейтериево-тритиевой смесью стремится к нулю и радиус кривизны сжимающей поверхности. Такой тип сжатия мишени будем называть сжатием снаружи.

В патенте [7] предложена мишень, в которой роль сжимающего поршня выполняют грани тетраэдра, или треугольной призмы. Повышение устойчивости течений сжатия достигается за счет того, что грани сжимающего поршня выпуклы к центру тетраэдра или оси симметрии призмы. При сжатии такой мишени диаметр области с топливом также стремится к нулю, но не стремится к нулю радиус кривизны сжимающего поршня, что вызывает повышение устойчивости течения сжатия. Такой тип сжатия мишени будем называть сжатием изнутри.

Термином “безударные” будем называть течения газа, в которых искомые течения могут отделяться друг от друга и от известных течений только слабыми разрывами, но не ударными волнами. В данной работе рассмотрено безударное сжатие из покоя в покой: из исходного покоящегося состояния несжатого газа в покоящееся состояние уже сжатого газа. Такое сжатие энергетически наиболее выгодное, поскольку работа сжимающего поршня тратится только на сжатие, но не на разгон газа. Подробная библиография работ по безударному сжатию приведена в монографии [3].

Требуемое течение расположено между двумя непроницаемыми поршнями, один из которых стоит на месте, а второй сжимает газ. В данном случае конфигурация течения состоит из нескольких областей, разделенных слабыми разрывами, и изначально положено [2, 3], что в финальный момент сжатия на подвижном поршне есть особенность типа централизованной волны Римана. Доказана теорема о существовании и единственности такого составного решения, и строго раскрыта особенность в течении в случае цилиндрической и сферической симметрии [3]. Это позволило провести устойчивый счет в обратном направлении изменения времени и получить закон внешнего воздействия на мишень — закон движения сжимающего поршня [8–10]. В работе [8] проведен расчет течений сжатия из покоя в покой для случая, когда сжимающий поршень движется снаружи. В работе [9] выполнен расчет течений при сжатии из покоя в однородный, но движущийся поток (конфигурация Р. Мизеса) для случая, когда сжимающий поршень движется изнутри. В [10] выполнен расчет течений для сжатия из покоя в покой в обратном направлении изменения времени для конкретных значений массы m и плотности ρ_* сжатого газа.

В настоящей работе с использованием найденного в [10] закона внешнего воздействия счетом в прямом направлении изменения времени численно моделируются течения сжатия газа из состояния покоя с плотностью $\rho_0 = 1$ в состояние покоя с большим значением плотности $\rho_* > \rho_0$.

Похожие расчеты для конфигурации безударного сжатия из покоя в однородный движущийся поток (конфигурация Р. Мизеса) при известном законе движения сжимающего поршня выполнены в работе [11] (расчет с использованием метода характеристик) и в [12, 13] (расчет с использованием конечно-разностного метода “Ромб”). В указанных работах течения восстановлены в области сжатия, за исключением некоторой окрестности линии $t = t_f$ (финальный момент сжатия), что обусловлено наличием особенности в течении газа в финальный момент. В настоящей работе удалось “обойти” особую точку: численно восстановлены течения газа в области, включающей финальный момент сжатия, за исключением некоторой окрестности особой точки в плоскости переменных t, r . Размеры такой окрестности установлены численно.

1. Постановка задачи

Рассмотрим плоский ($\nu = 0$), цилиндрический ($\nu = 1$) или сферический ($\nu = 2$) слой однородного политропного газа с уравнением состояния $p = \rho^\gamma/\gamma$, в котором p — давление, ρ — плотность, γ — показатель адиабаты (политропы). Уравнение состояния политропного газа имеет такой вид в предположении об изэнтропичности течения и при соответствующем обезразмеривании всех переменных [3].

Считаем, что все течения, возникающие в газе, будут одномерными и изэнтропическими. Такие течения газа определяют скорость газа $u = u(t, r)$ и плотность $\rho = \rho(t, r)$, они описываются решениями системы уравнений газовой динамики, которая принимает следующий вид:

$$\begin{cases} c_t + uc_r + \frac{\gamma - 1}{2}c \left(u_r + \frac{\nu u}{r} \right) = 0, \\ u_t + \frac{2}{\gamma - 1}cu_r + uu_r = 0. \end{cases}$$

Здесь скорость звука c в газе связана с плотностью соотношением $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$.

Рассмотрим следующую конфигурацию газовых течений: пусть в начальный момент времени $t = 0$ газ однороден с плотностью $\rho_0 = 1$, а скорость газа равна нулю. Это состояние газа назовем состоянием 1. Состояние газа в момент времени $t = t_f > 0$ такое: газ однороден, его плотность равна некоторому $\rho_* > 1$, при этом газ покоится. Это состояние назовем состоянием 2. Требуется найти течения газа, возникающие при безударном переходе (сжатии) одномерного газового слоя из состояния 1 в состояние 2 при наличии двух непроницаемых поршней, один из которых неподвижен, другой — сжимает газ. При расчете в обратном направлении изменения времени (рис. 1, а) данная задача, для случая безударного сжатия одномерного газового слоя при монотонном движении сжимающего поршня снаружи в сторону оси или центра симметрии, была решена численно в работе [10].

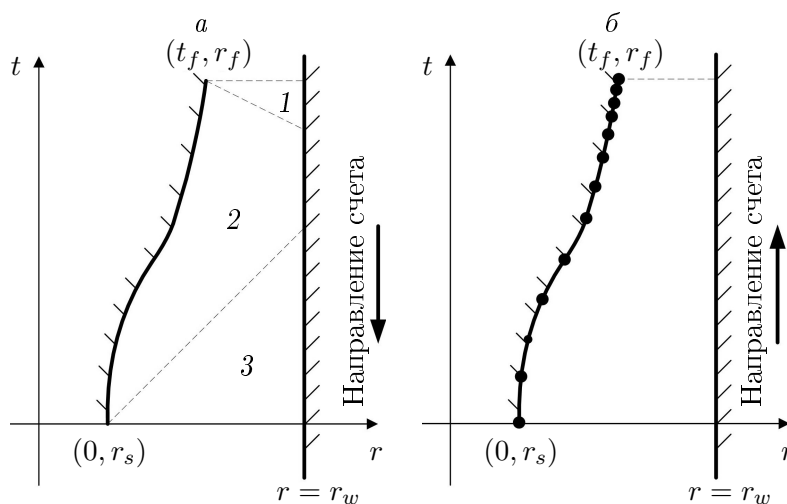


Рис. 1. Расчетные области: задача о сжатии в обратном (а) и прямом (б) направлении изменения времени

Fig. 1. Computational areas: the problem of compression in the reverse (а) and forward (б) direction of time change

На рис. 1, *a* в расчетных областях 1 и 3 находятся сжатый покоящийся (состояние 2) и несжатый покоящийся (состояние 1) газ соответственно, а в области 2 — течения газа, переводящие газ из состояния 1 в состояние 2. Область 1 отделена от области 2 звуковой C^- -характеристикой, а область 3 от области 2 — звуковой C^+ -характеристикой. В [3] показано, что в рассчитываемом течении есть особенность на поршне в момент итогового сжатия. В этой точке имеет место скачок плотности, а течение в некоторой окрестности этой точки является обобщением центрированной волны Римана. Численное решение этой задачи позволило получить закон движения сжимающего поршня, заданный набором точек пространства переменных (t, r) , в которых определены значения параметров газа: скорости и плотности.

Для определения числовых значений в физической модели поставленной задачи были введены следующие единицы измерения. За единицу измерения расстояния берется расстояние от $r = 0$ до координаты старта подвижного поршня r_s , т.е. изначально полагается $r_s = 1$. Плотность несжатого газа считается равной 1, тогда значение ρ_* показывает, во сколько раз сжат газ. За единицу измерения скорости берется скорость звука в несжатом газе $c_0 = 1$. После этого масштаб измерения времени определяется однозначно.

В данной работе решена обратная задача: в прямом направлении изменения времени проведены расчеты течений, возникающих в первоначально покоящемся однородном газе при воздействии на него с помощью двух поршней (рис. 1, *b*). Один из них неподвижен, а второй движется изнутри по монотонной траектории в сторону от оси или центра симметрии. Траектория сжимающего поршня задана таблично. На рис. 1, *b* траектория сжимающего поршня изображена в виде ломаной из отрезков, соединяющих известные точки траектории поршня.

Постановка задачи. Заданы: в табличном виде координаты (t, r) монотонной траектории движения сжимающего поршня; пространственная координата неподвижного поршня (рис. 1, *b*); вид симметрии течений ν и показатель адиабаты газа γ . Первоначально (момент времени $t = 0$) газ покоится и его плотность равна 1 (состояние 1). Требуется численно в прямом направлении изменения времени восстановить течения, возникающие в газе при воздействии сжимающего поршня. Течения должны к моменту времени $t = t_f$ привести газ к однородному сжатию с плотностью $\rho = 10^4$ и со скоростью $u = 0$, т.е. сжатый газ покоится (состояние 2). При этом в моменты времени от начала и до финиша движения сжимающего поршня в течениях не должно возникнуть ударных волн (пересечения звуковых характеристик одного семейства). Важно отметить, что никакие внутренние для области расчета звуковые характеристики изначально не вводятся, а течения газа во всей области строятся в процессе прямого счета.

Приведенные в табл. 1 данные получены при решении задачи в обратном направлении изменения времени. В этих расчетах значения r_s оказались близки к единице. В таблице представлены данные шести вариантов счета, выполненных для различных значений параметров γ (1.4 — воздух, 5/3 — одноатомный водород), ν (0, 1, 2) и табличных траекторий движения сжимающего поршня. Во всех вариантах масса газа $m = 10$ и сжатие от первоначальной плотности $\rho_0 = 1$ до плотности $\rho_* = 10^4$, момент начала сжатия $t_s = 0$. Важно отметить, что для решения задачи в прямом направлении изменения времени использовались только значения координат (t, r) движения траектории сжимающего поршня. Скорость сжимающего поршня рассчитывалась через изменения значений координат точек его траектории. А значения плотности газа на поверхности как сжимающего, так и неподвижного поршня (линия $r = r_w$) рассчитывались по

Т а б л и ц а 1. Числовые показатели траектории сжимающего и неподвижного поршней
 Table 1. Numerical indicators of the trajectory of the compressive and stationary pistons

Номер варианта	γ	ν	r_s	t_f	r_f	r_w	Число точек траектории поршня	u_{\max}	ρ_{\max}
1	1.4	0	0.918998	10.695032	10.999	11.0	7386	13.3	651
2	1.4	1	0.992163	1.101420	2.045185	2.045263	12 244	13.3	647
3	1.4	2	0.993461	0.530684	1.501788	1.501823	7404	13.3	645
4	5/3	0	0.932277	10.300545	10.999	11.0	12 516	30.8	1432
5	5/3	1	0.994395	1.069220	2.045185	2.045263	24 923	30.8	1430
6	5/3	2	0.994297	0.515905	1.501788	1.501823	12 541	30.8	1429

формулам метода характеристик при восстановлении течений сжатия газа в прямом направлении изменения времени.

Точность расчета траектории сжимающего поршня при расчете в обратном направлении изменения времени проверялась по значению относительной погрешности масс газа до сжатия и после:

$$\delta m = \frac{m_* - m_0}{m_*} 100 \%,$$

где m_* — масса сжатого газа, m_0 — масса несжатого газа. Масса газа рассчитывается по следующим формулам:

$$m = \begin{cases} (r_w - r)\rho & \text{для } \nu = 0, \\ \pi(r_w^2 - r^2)\rho & \text{для } \nu = 1, \\ \frac{4}{3}\pi(r_w^3 - r^3)\rho & \text{для } \nu = 2. \end{cases}$$

Для вычисления m_* следует брать $\rho = \rho_*$ и $r = r_f$, а для вычисления m_0 брать $\rho = \rho_0$ и $r = r_s$. Здесь $r = r_s$ есть значение координаты r сжимающего поршня в момент старта, а $r = r_f$ — в момент получения требуемого финального распределения. Так как сжатие производится непроницаемыми поршнями, массы газа до и после сжатия должны совпадать. Но из-за ошибок численного расчета наблюдалось различие масс газа до и после сжатия. Поэтому чем меньше значение δm , тем точнее выполнены расчеты траектории сжимающего поршня и всего течения в целом. В данной работе к расчету течений сжатия в прямом направлении изменения времени принимались траектории сжимающего поршня, для которых было достигнуто значение погрешности масс менее 1%.

2. Алгоритм расчета течений газа при заданном законе движения сжимающего поршня

Алгоритм расчета основан на известном методе характеристик [14], выполняющем расчет сетки, узлами которой являются точки пересечения характеристик C^+ и C^- семейств, а также значения искоемых функций u , ρ в этих узлах. Характеристики определяются разностными методами при аппроксимации решений дифференциальных уравнений

$$\frac{dr}{dt} = \begin{cases} u(t, r) - c(t, r) & \text{для } C^-, \\ u(t, r) + c(t, r) & \text{для } C^+ \end{cases}$$

с соответствующими начальными условиями. Вводятся инварианты Римана R, L , вычисляемые по формулам

$$R = u + \frac{2}{\gamma - 1}c, \quad L = u - \frac{2}{\gamma - 1}c.$$

По известным значениям инвариантов Римана с использованием метода характеристик рассчитывается изменение инварианта R вдоль характеристики C^+ , проходящей через эту точку, и изменение инварианта L вдоль характеристики C^- . Значения скорости газа u и скорости звука в газе c выражаются через инварианты Римана:

$$u = \frac{R + L}{2}, \quad c = \frac{\gamma - 1}{4}(R - L).$$

Характеристическая сетка строится слоями-наборами точек C^- -характеристик из угла DAB в сторону угла DCB (рис. 2, *a*). Слои начинаются в точках на отрезке AB (рис. 2, *б*), расчет в которых выполняется по формулам

$$t_i^0 = 0, \quad r_i^0 = r_s + i\Delta r, \quad R_i^0 = \frac{2}{\gamma - 1}, \quad L_i^0 = -\frac{2}{\gamma - 1}, \quad i = 0, \dots, n, \quad \Delta r = \frac{r_w - r_s}{n}.$$

Пространственная координата неподвижной стенки находится после задания массы m сжимаемого газа и плотности сжатого газа ρ_* , например, для случая сферической симметрии ($\nu = 2$)

$$r_w^3 = \frac{3m}{4\pi\rho_*} + r_s^3.$$

В формулах нижний индекс — номер слоя, а верхний индекс — номер точки на слое, n — разбиение отрезка AB (параметр, влияющий на точность расчетов). Индекс k на

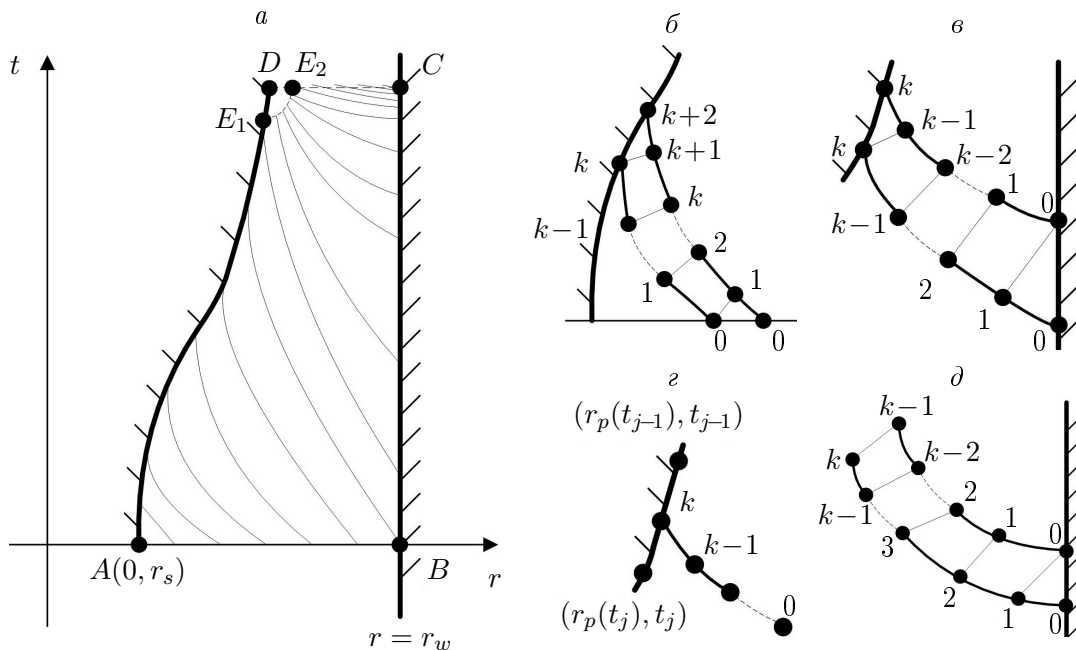


Рис. 2. Построение характеристической сетки
 Fig. 2. Construction of a characteristic grid

рисунках указывает номер точки на слое. Последующие точки слоя ($k > 0$) строятся по формулам метода характеристик с пересчетом [14]. По мере продвижения в сторону угла DCB слои начинаются в точках линии BC (рис. 2, в). Расчет этих точек выполняется (с использованием точек с номером 1 предыдущего построенного слоя с номером $i - 1$) по формулам

$$\begin{aligned} r_i^0 &= r_w, \\ t_i^0 &= t_{i-1}^1 + \frac{r_i^0 - r_{i-1}^1}{u(t_{i-1}^1, r_{i-1}^1) + c(t_{i-1}^1, r_{i-1}^1)}, \\ R_i^0 &= R_{i-1}^1 - \nu(t_i^0 - t_{i-1}^1) \frac{\gamma - 1}{8} \frac{(R_{i-1}^1)^2 - (L_{i-1}^1)^2}{r_{i-1}^1}, \\ L_i^0 &= -R_i^0. \end{aligned}$$

Формулы для вычисления R , L получены из выполнения условия на неподвижном поршне: газ через него не течет, а значит, скорость $u = 0$.

Завершается расчет слоя определением точки пересечения (рис. 2, з) слоя и траектории движения сжимающего поршня $r = r_p(t)$. Для этого находится такой отрезок ломаной траектории сжимающего поршня от точки $(r_p(t_j), t_j)$ до точки $(r_p(t_{j-1}), t_{j-1})$, для которого на коэффициент λ выполняется условие

$$0 \leq \lambda \leq 1,$$

где

$$\lambda = \frac{r_i^{k-1} + ut_j - ut_i^{k-1} - r_p(t_j)}{a},$$

$$a = r_p(t_{j-1}) - r_p(t_j) + u(t_j - t_{j-1}), \quad u = \frac{R_i^{k-1} + L_i^{k-1}}{2} - (\gamma - 1) \frac{R_i^{k-1} - L_i^{k-1}}{4}.$$

После определения λ последняя точка i -го слоя рассчитывается так:

$$\begin{aligned} t_i^k &= t_j + \lambda(t_{j-1} - t_j), \\ r_i^k &= r(t_j) + \lambda(r(t_{j-1}) - r(t_j)), \\ L_i^k &= L_i^{k-1} + \nu(t_i^k - t_i^{k-1}) \frac{\gamma - 1}{8} \frac{(R_i^{k-1})^2 - (L_i^{k-1})^2}{r_i^{k-1}}, \\ R_i^k &= 2u - L_i^k. \end{aligned}$$

Здесь $u = u_j + \lambda(u_{j-1} - u_j)$, а u_j — скорость подвижного поршня в момент времени t_j .

Таким образом, характеристическая сетка строится слой за слоем до тех пор, пока не будет найдена точка пересечения с траекторией движения сжимающего поршня при соблюдении условия для λ , указанного выше. После того как траектория сжимающего поршня закончилась, последующие характеристические слои достраиваются до последней точки предыдущего слоя или до первой точки слоя со значением $t \geq t_f$. При этом каждый последующий слой содержит (по построению, рис. 2, д) меньшее количество точек, чем предыдущий, и в итоге расчет заканчивается построением слоя, содержащего одну точку.

Такой подход позволил “обойти” особую точку D , а с уменьшением шага Δr можно приближаться к ней. Однако следует учитывать ограничения на вычислительные возможности компьютеров — разрядность хранимых чисел в памяти компьютера и скорость счета.

3. Результаты расчетов

Описанный выше алгоритм реализован в виде программы для персонального компьютера класса IBM PC со следующими характеристиками: CPU — Intel Core i5 (частота 3 ГГц), оперативная память 16 Гб. При написании программы были использованы свободно доступные среда разработки Eclipse и компилятор языка C++. Основное требование, предъявляемое к среде разработки, это наличие возможности создания программ, работающих с большими массивами данных, которые хранятся в оперативной памяти компьютера, что существенно повышает скорость расчетов. Написанная программа хранит в памяти два массива:

- полностью рассчитанный слой характеристической сетки;
- слой, который рассчитывается по данным слоя из первого массива.

После заполнения второго массива данные из него копируются в первый массив, а затем во втором массиве рассчитывается следующий слой. Такая организация программы позволила рассчитать характеристическую сетку, в одном слое которой могут содержаться 25 000 и более узлов. Данные о количественных характеристиках построенных характеристических сеток в зависимости от варианта счета указаны в табл. 2. Время счета по каждому варианту составляло от 1 до 6 ч.

Описанным выше образом была рассчитана сетка из характеристических слоев, покрывающая область течений сжатия. В ходе построения сетки определен набор точек пересечения слоев характеристической сетки и прямой $t = t_f$, а также значений газодинамических параметров в этих точках. Расчет течений сжатия выполнен на всей сетке, за исключением окрестности точки D (рис. 2, a). Из постановки исходной задачи эта точка является особой: в ней возникает скачок параметров газа (производная по переменной r обращается в бесконечность).

При проведении описанных в данной статье расчетов влияние особой точки проявлялось в следующем. Начиная с некоторого номера расчетные C^- -слои характеристической сетки переставали пересекать траекторию сжимающего поршня (не удавалось найти отрезок траектории сжимающего поршня, для которого выполнялось бы условие $0 \leq \lambda \leq 1$), но слои еще не достигали линии $t = t_f$. Продолжения этих C^- -характеристик, построенных по последним известным точкам слоев и значениям газодинамических параметров в них, пересекались в точке (t_f, r_f) так, что в момент времени t_f координата r характеристик отличалась от r_f в шестом знаке после запятой (отличие обусловлено погрешностями численного счета). Затем начиная с некоторого номера слои характеристической сетки стали пересекать горизонталь $t = t_f$ в точках с пространственной координатой $r > r_f$. При этом в остальной области построения характеристической сетки, за исключением окрестности точки (t_f, r_f) , пересечения ха-

Т а б л и ц а 2. Значения параметров счета при построении характеристической сетки
Table 2. The values of the parameters of calculations during constructing the characteristic grid

Номер варианта	Число точек на отрезке AB (значение n)	Число слоев	Число узлов расчетной сетки
1	9500	38 043	$4.5 \cdot 10^8$
2	10 500	42 056	$5.5 \cdot 10^8$
3	11 500	46 022	$6.6 \cdot 10^8$
4	21 000	84 001	$2.2 \cdot 10^9$
5	20 000	80 140	$2 \cdot 10^9$
6	20 000	80 278	$2 \cdot 10^9$

рактических характеристик одного семейства не возникло, что указывает на отсутствие ударных волн в построенном течении.

На рис. 3, *a* приведен график изменения значения плотности газа на поршне (на всем протяжении сжатия) в сравнении с плотностью газа $\rho_* = 10^4$ в полученном расчете состоянии 2 газа (в финальный момент сжатия $t = t_f$). Данные для рис. 3, *a* и 3, *б* взяты из варианта 3 расчетов. В частности, видно, что плотность на поверхности поршня примерно в 15.5 раза меньше, чем плотность сжатого газа. А значит, давление, которое испытывает поршень в финальный момент сжатия, примерно в 46 раз меньше давления в сжатом им газе. Такой эффект стал возможен благодаря оптимальности конфигурации газовых течений (сжатие из покоя в покой) и рассчитанного закона движения поршня, реализующего сжатие в данной конфигурации. Аналогично выглядит график для скорости поршня: он монотонно растет от $u = 0$ (в начальный момент сжатия) до $u = 13.3$ (в финальный момент сжатия). При этом в финальный момент сжатый газ покоится.

На рис. 3, *б* показано распределение скорости и плотности газа в финальный момент сжатия по вертикальной оси, а по горизонтальной — изменение пространственной переменной r от значения в точке E_2 до значения r_w . Видны небольшие отклонения от заданных величин $\rho_* = 10^4$ и $u = 0$, они вызваны погрешностями расчета.

В табл. 3 приведены размеры окрестности особой точки, которую описанный выше алгоритм “обошел” при построении характеристической сетки. Данные приведены с округлением до шестого знака после десятичной точки.

Рассчитанные точки границы окрестности особой точки течений сжатия (см. рис. 2, *a*) E_1 и E_2 — первая и последняя соответственно, координаты приведены в табл. 3. Координата t точки E_2 совпадает с финальным моментом сжатия t_f (значение приведено в табл. 1). T_{reg} — длительность промежутка времени, при котором сетка строилась регулярно (расстояние от горизонтали $t = 0$ до координаты t точки E_1) в сравнении с общим временем сжатия (расстояние от горизонтали $t = 0$ до t_f). D_{reg} — ширина области течений в финальный момент времени, где сетка построилась регулярно (расстояние от вертикали $r = r_w$ до координаты r точки E_2) в сравнении с общим расстоянием (расстояние от вертикали $r = r_w$ до r_f).

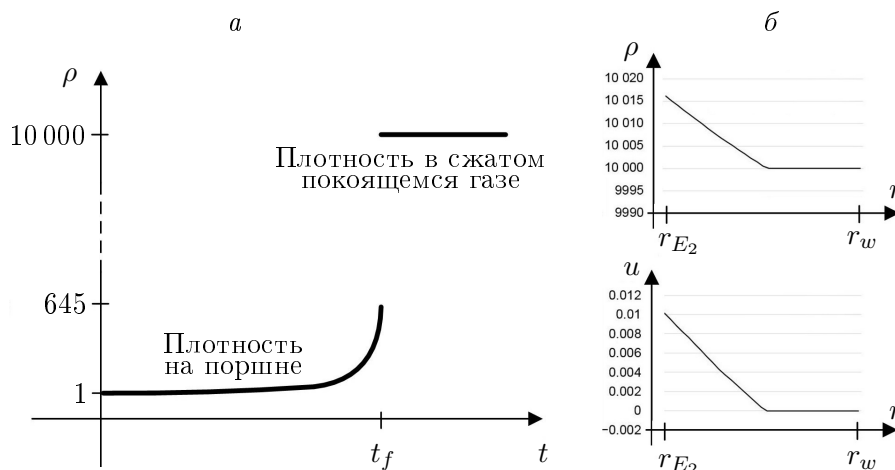


Рис. 3. Сопоставление траектории движения сжимающего поршня (*a*) и состояния газа в финальный момент сжатия t_f (*б*)

Fig. 3. Comparison of the compressing piston trajectory (*a*) and the state of the gas at the final moment of compression t_f (*б*)

Т а б л и ц а 3. Полученная расчетами окрестность точки D
 Table 3. The area of the point D obtained by calculations

Номер варианта	Значение t в точке E_1	Значение r		$T_{reg}, \%$	$D_{reg}, \%$
		в точке E_1	в точке E_2		
1	10.695031	10.998992	10.999007	99.999989	99.253752
2	1.101420	2.045185	2.045185	99.999998	99.678271
3	0.530684	1.501788	1.501789	99.999986	98.380810
4	10.300544	10.998956	10.999011	99.999986	98.851126
5	1.069220	2.045185	2.045186	99.999998	98.789879
6	0.515905	1.501788	1.501789	99.999998	98.801335

Т а б л и ц а 4. Значения газодинамических параметров в финальный момент сжатия
 Table 4. The values of the gas dynamic parameters at final moment of compression

Номер варианта	$\delta m, \%$	Масса сжатого газа вне окрестности точки D	Среднее значение	
			скорости	плотности
1	1.56	9.851	0.00183	10 003
2	1.62	9.808	0.00051	10 001
3	1.83	9.821	0.00262	10 004
4	1.83	9.817	0.00005	10 000
5	1.93	9.807	0.00020	10 000
6	1.43	9.857	0.00166	10 000

Точность выполненных расчетов проверялась по значению относительной погрешности масс δm . На точность результатов влияют значения параметра счета Δr (разбиение расчетной области в начальный момент). Параметры подбирались для каждого варианта расчетов отдельно опытным путем так, чтобы δm была менее 2%. Такое значение погрешности взято из соображений, что погрешность в 1% была допущена в расчетах траектории сжимающего поршня при решении задачи о сжатии в обратном направлении изменения времени, а еще погрешность в 1% допущена при решении в прямом направлении изменения времени.

В табл. 4 приведены полученная погрешность счета δm и усредненные итоговые (в момент времени $t = t_f$) значения газодинамических параметров скорости u и плотности ρ газа, а также масса m сжатого газа вне окрестности точки D .

4. Выводы

Полученная (при решении задачи в обратном направлении изменения времени) в дискретном виде траектория движения сжимающего поршня описывает воздействие, переводящее газ из состояния 1 в состояние 2. В построенных численными расчетами течениях восстановлены течения сжатия, в том числе области первоначально покоящегося несжатого газа и область сжатого покоящегося газа, отделенные от течений сжатия соответствующими звуковыми характеристиками. Численно полученные течения ведут себя так, как и было “предсказано” при решении задачи в обратном направлении изменения времени. Значит, использованный закон внешнего воздействия является рекомендацией для реального физического эксперимента.

Рекомендации по закону сжатия для физических экспериментов получены и подтверждены расчетами в прямом направлении изменения времени даже без расчета те-

чений в окрестности особой точки D . Область течений восстановлена от момента старта до момента финиша сжимающего поршня. В рассчитанной области находится не менее 98 % массы сжимаемого газа.

Можно говорить об устойчивости полученного решения задачи о безударном сильном сжатии: несмотря на то что часть течения в окрестности особой точки восстановить не удалось, это существенно не повлияло на получение требуемого состояния газа в финальный момент.

Наличие нераскрытой (нерассчитанной) особенности в численно восстановленном течении (в прямом направлении изменения времени) указывает на то, что счет в обратном направлении изменения времени с использованием доказанного свойства решения является предпочтительным в сравнении со счетом в прямом направлении изменения времени.

Список литературы

- [1] Долголева Г.В., Забродин А.В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. М.: Физматлит; 2004: 72.
 - [2] Крайко А.Н. Вариационная задача об одномерном изэнтропическом сжатии идеального газа. Прикладная математика и механика. 1993; 57(5):35–51.
 - [3] Баутин С.П. Математическое моделирование сильного сжатия газа. Новосибирск: Наука; 2007: 312.
 - [4] Lawrence Livermore National Laboratory. 1952–2017. Адрес доступа: https://www.llnl.gov/sites/www/files/llnl_65th_anniversary_book.pdf (дата обращения 1.08.2020).
 - [5] Progress toward fusion ignition. Адрес доступа: <https://www.llnl.gov/archives/2010s#event-progress-toward-fusion-ignition> (дата обращения 1.08.2020).
 - [6] Физика плазмы и инерциальный термоядерный синтез. Адрес доступа: <http://www.vniief.ru/researchdirections/Research/plasmaphysics> (дата обращения 1.08.2020).
 - [7] Баутин С.П. Мишень для получения термоядерных реакций. Патент РФ 2432627, МПК G21В 1/19(2006.01). Заявка 2010113417/07 от 06.04.2010. Опубликовано 27.10.2011. Бюллетень № 30. М: ВНИИПИБ; 2011: 7.
 - [8] Николаев Ю.В. Численное решение задачи А.Н. Крайко. Вычислительные технологии. 2005; 10(1):90–102.
 - [9] Баутин С.П., Николаев Ю.В. Об одном методе расчета безударного сильного сжатия одномерных слоев газа. Вычислительные технологии. 2000; 5(4):3–12.
 - [10] Баутин С.П., Николаев Ю.В. Численное решение задачи о сжатии газа из покоя в покой. Вычислительные технологии. 2020; 25(5):55–65. DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.005.
 - [11] Роцупкин А.В. Один подход к численному моделированию безударного сильного сжатия специальных объемов газа. Вычислительные технологии. 2012; 17(2):60–67.
 - [12] Новаковский Н.С. Комбинированный метод расчета безударного сильного сжатия одномерных слоев газа в конфигурации Р. Мизеса. Математические структуры и моделирование. 2017; 1(41):93–102.
 - [13] Новаковский Н.С. Математическое моделирование сильного сжатия одномерных слоев газа в конфигурации Р. Мизеса. Математические структуры и моделирование. 2016; 3(39):93–109.
 - [14] Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука; 1978: 687.
-

MATHEMATICAL MODELLING

DOI:10.25743/ICT.2021.26.6.003

Numerical solution of the gas compression problem at a specified law of action

BAUTIN SERGEY P.* , NIKOLAEV IURII V.

Snezhinsk Institute of Physics and Technology National Research Nuclear University “MEPhI”, 456776,
Snezhinsk, Russia

*Corresponding author: Bautin Sergey P., e-mail: sbautin@mail.ru

*Received September 16, 2020, revised October 8, 2021, accepted October 15, 2021.***Abstract**

Controlled thermonuclear fusion (CTF) is an almost unlimited source of energy and scientists have been studying it for several decades. This requires an efficient and stable compression of deuterium-tritium fuel to a very high density.

This work addresses shockless one-dimensional (plane, cylindrical and spherical symmetry cases) “compression from rest to rest”, when gas from the initial resting state under the influence of an impenetrable piston is shocklessly transferred to a resting homogeneous state, but compressed by 10 000 times. This compression is energetically most advantageous, because work is spent only on the compression, but not on the gas acceleration. Earlier [10] this problem was solved in the opposite direction of time change. In this case, a density jump occurs on the piston which was taken into account in calculations [3] at the final moment of compression. The numerical solution of this problem in the opposite direction of time variation allows calculating the trajectory of the compressing piston in the form of a set of points (t, r) at which the gas velocity and density are determined.

In this paper, the problem of shockless “compression from rest to rest” is numerically solved in the forward direction of time change if the compressing piston trajectory is known. The compression piston moves along a monotonous trajectory away from the axis or center of symmetry. It is important, when calculating in forward direction of time change, no internal characteristics are initially entered. They, like all gas flow in the calculation area, are determined in the process of direct calculation. This indicates that the trajectory of compressing piston is the recommendation for appropriate physical experiments.

Keywords: system of equations of gas dynamics, one-dimensional flow, shockless compression.

Citation: Bautin S.P., Nikolaev Iu.V. Numerical solution of the gas compression problem at a specified law of action. Computational Technologies. 2021; 26(6):20–32. DOI:10.25743/ICT.2021.26.6.003. (In Russ.)

References

1. **Dolgoleva G.V., Zabrodin A.V.** Kumulyatsiya energii v sloistyykh sistemakh i realizatsiya bezudarnogo szhatiya [Cumulation of energy in layered systems and implementation of shock-free compression]. Moscow: Fizmatlit; 2004: 72. (In Russ.)
2. **Krayko A.N.** Variational problem for the one-dimensional isentropic compression of an ideal gas. Prikladnaya Matematika i Mekhanika. 1993; 57(5):35–51. (In Russ.)
3. **Bautin S.P.** Matematicheskoe modelirovanie sil'nogo szhatiya gaza [Mathematical modelling of strong gas compression]. Novosibirsk: Nauka; 2007: 312. (In Russ.)
4. Lawrence Livermore National Laboratory. 1952–2017. Available at: https://www.llnl.gov/sites/www/files/llnl_65th_anniversary_book.pdf (accessed August 1, 2020).

5. Progress toward fusion ignition. Available at: <https://www.llnl.gov/archives/2010s#event-progress-toward-fusion-ignition> (accessed August 1, 2020).
6. The physics of plasma and thermonuclear synthesis. Available at: <http://www.vniief.ru/researchdirections/Research/plasmaphysics> (accessed August 1, 2020). (In Russ.)
7. **Bautin S.P.** Mishen' dlya polucheniya termoyadernykh reaktsiy [Target for initiation of thermonuclear reactions]. Invention RU 2432627, Int. C1 G21B 1/19(2006.01). Application 2010113417/07 from 06.04.2010. Publication 27.10.2011. Bulletin No. 30. Moscow: VNIPIB; 2011: 7. (In Russ.)
8. **Nikolaev Yu.V.** About numerical solution of A.N. Kraiko problem. *Computational Technologies*. 2005; 10(1):90–102. (In Russ.)
9. **Bautin S.P., Nikolaev Yu.V.** A method for calculating shockless powerful compression of unidimensional gas layers. *Computational Technologies*. 2000; 5(4):3–12. (In Russ.)
10. **Bautin S.P., Nikolaev Yu.V.** Numerical solution of the problem of the gas compression from rest to rest. *Computational Technologies*. 2020; 25(5):55–65. DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.005. (In Russ.)
11. **Roschupkin A.V.** One approach to the numerical simulation of shock-free strong compression of specific gas volumes. *Computational Technologies*. 2012; 17(2):60–67. (In Russ.)
12. **Novakovskiy N.S.** The combined numerical method for solving the one-dimensional ideal gas shock-free strong compression problem in R. Mises configuration. *Mathematical Structures and Modeling*. 2017; 1(41):92–101. (In Russ.)
13. **Novakovskiy N.S.** One-dimensional math modeling of ideal gas strong compression in R. Mises configuration. *Mathematical Structures and Modeling*. 2016; 3(89):93–109. (In Russ.)
14. **Rozhdestvenskiy B.L., Yanenko N.N.** *Sistemy kvazilineynykh uravneniy i ikh prilozheniya k gazovoy dinamike* [Systems of quasilinear equations and their applications to gas dynamics]. Moscow: Nauka; 1978: 687. (In Russ.)