

Оптимальные по времени алгоритмы обнаружения и локализации случайного точечно-импульсного источника с одномодальной плотностью распределения

А. Л. Резник*, А. А. Соловьев

Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, 630090, Новосибирск, Россия

*Контактный автор: Резник Александр Львович, e-mail: reznik@iae.nsk.su

Поступила 22 февраля 2022 г., доработана 15 апреля 2022 г., принята в печать 20 апреля 2022 г.

Сформулирована задача построения оптимального по времени алгоритма поиска с заданной точностью случайного импульсного источника, имеющего одномодальную ступенчатую плотность распределения на интервале поиска. Локализация сигнального источника, обнаруживающего себя в случайные моменты времени генерацией мгновенных импульсов, осуществляется с помощью детекторного приемника с динамически программируемым размером сканирующей апертуры. При разработке оптимальных поисковых алгоритмов основная трудность вызвана необходимостью нахождения точного решения вариационной задачи, связанной с минимизацией многомерного линейного функционала, описывающего среднее (по ансамблю реализаций) время поиска неизвестного точечно-импульсного источника. Показано, что при одномодальной ступенчатой плотности распределения разыскиваемого источника возможно построение оптимальных физически реализуемых алгоритмов поиска с использованием односвязной апертуры детекторного приемника.

Ключевые слова: оптимальный алгоритм локализации, импульсный источник.

Цитирование: Резник А.Л., Соловьев А.А. Оптимальные по времени алгоритмы обнаружения и локализации случайного точечно-импульсного источника с одномодальной плотностью распределения. Вычислительные технологии. 2022; 27(3):36–45. DOI:10.25743/ICT.2022.27.3.004.

Введение

В статье исследуются вопросы построения быстродействующих алгоритмов поиска точечных источников, имеющих случайное распределение и обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных дельта-импульсов. Обнаружение и локализация таких источников осуществляются системой, включающей в свой состав детекторный приемник с программируемым и произвольно перестраиваемым во времени окном обзора. Основная задача заключается в том, чтобы построить наискорейший алгоритм, обеспечивающий требуемую точность локализации. В астрофизике и космологии с такими проблемами сталкиваются при поиске барстеров — вспыхивающих

галактических рентгеновских источников [1, 2]. В теории надежности [3], в математической теории связи [4] и в задачах технической диагностики [5] подобные исследования требуются при разработке методов устранения неисправностей, проявляющихся в виде перемежающихся отказов. В современных разделах информатики эти методы востребованы при детектировании и оценивании сигналов [6–9], при построении алгоритмов обнаружения слабоконтрастных и малоразмерных объектов на зашумленных цифровых изображениях [10], а, например, в теории сигналов эти методы используются для оценивания надежности регистрации случайных точечных полей [11–13]. Аналогичные в математическом плане задачи возникают при обнаружении, локализации и сопровождении целей-источников излучения [14].

Практически во всех научно-технических приложениях минимизация времени локализации случайного точечно-импульсного источника приводит к необходимости решения трудоемких вариационных задач, связанных с нахождением экстремалей сложных интегральных функционалов при наличии ограничений. Как следствие этого, точное аналитическое решение задачи (если оно в принципе достижимо), как правило, не может быть физически реализовано посредством непрерывного перемещения односвязного сканирующего окна детекторного приемника.

В настоящей работе показано, что в том случае, когда плотность распределения случайного точечного источника представима в виде одномодальной ступенчатой функции, возможно построить оптимальную по времени и физически реализуемую процедуру локализации. Ниже приводится порядок расчета параметров оптимального алгоритма, который минимизирует среднее (в статистическом плане) время поиска случайного источника в зависимости от требуемой точности его локализации.

1. Постановка задачи

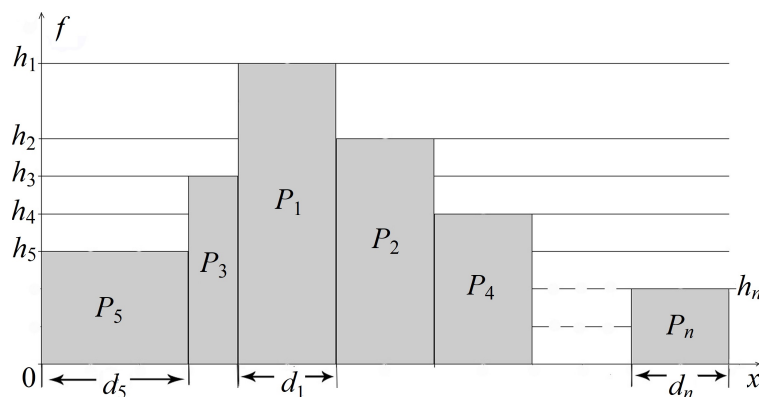
Под точечно-импульсным источником ниже будем понимать объект пренебрежимо малых угловых размеров (математическая точка), имеющий случайную плотность распределения $f(x)$ на интервале поиска $(0, L)$ и генерирующий в случайные моменты времени бесконечно короткие импульсы (дельта-функции). Паузы между импульсами имеют показательную плотность распределения $\gamma(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$. Требуется за минимальное (в статистическом плане) среднее время поиска локализовать источник с точностью ε . Поиск объекта ведется с помощью регистрирующего устройства (приемника) с произвольно перестраиваемым во времени окном обзора. Импульс фиксируется, если точечный источник в момент генерации импульса находится в окне обзора детекторного приемника. При регистрации очередного импульса происходит уточнение положения источника на координатной оси, в результате чего интервал поиска сужается, а процедура локализации повторяется до фиксации следующего импульса и т. д.

Предлагаемый подход наиболее эффективен в случаях, когда в исходном (априорном) распределении случайного разыскиваемого источника имеются значительные перепады плотности. Рассматриваемая в настоящей работе одномодальная ступенчатая плотность распределения отвечает этим требованиям. Главным преимуществом одномодальных ступенчатых функций является то, что их применение позволяет разработать физически реализуемый алгоритм локализации, осуществляемый перемещением односвязного сканирующего окна детектора. Еще одно полезное свойство ступенчатых функций — это удобный инструмент аппроксимации непрерывных функций распределения. Поэтому любое продвижение в вопросах построения оптимальных поисковых

алгоритмов для многоступенчатых плотностей распределения случайных импульсных источников оказывает непосредственное влияние на прогресс в области построения оптимальных поисковых алгоритмов для непрерывных плотностей распределения. В следующих ниже разделах излагается порядок построения наискорейшего алгоритма многоэтапной локализации с заданной точностью случайного импульсного источника, имеющего одномодальную ступенчатую плотность распределения $f(x)$ на интервале поиска $(0, L)$ (см. рисунок).

Одномодальность в данном случае означает, что исходная функция $f(x)$, характеризующая плотность распределения вероятности разыскиваемого источника, на начальном участке монотонно возрастает, достигая своего максимума h_1 , а затем так же монотонно спадает. Соблюдение требования одномодальности необходимо для того, чтобы алгоритм локализации был физически реализуем с помощью непрерывного перемещения односвязного сканирующего окна детекторного приемника. Естественно, что процесс локализации должен начинаться с осмотра самой высокой ступеньки площадью P_1 , имеющей высоту h_1 и ширину d_1 (т.е. $P_1 = h_1 d_1$). Предполагается, что детектирование — осмотр наивысшей ступеньки будет происходить в течение периода времени t_1 (продолжительность которого подлежит определению) с помощью апертуры l_1 (это значение также необходимо будет рассчитать). Так как на начальном этапе поисковой процедуры осматривается только одна ступенька с наивысшей плотностью распределения вероятности h_1 , при отсутствии регистрируемых импульсов будет постепенно понижаться значение h_1 с одновременным повышением высоты всех остальных ступенек $h_i, i = \overline{2, n}$, исходной плотности распределения $f(x)$. Иными словами, динамически изменяющаяся функция времени $h_1(t)$ в этот период времени монотонно убывает, в то время как высоты остальных ступенек $h_i, i = \overline{2, n}$, монотонно возрастают. Расчет длительности промежутка времени t_1 , по истечении которого диапазон поиска должен быть расширен, является одним из главных параметров оптимальной процедуры локализации.

Вообще говоря, в отсутствие регистрируемых детектором сигнальных импульсов момент переключения приемного устройства на расширенный поиск должен осуществляться в тот момент, когда уменьшающаяся по величине плотность $h_1(t)$ совпадет со второй по величине плотностью $h_2(t)$. При этом во всех проводимых расчетах нуж-



Пример одномодальной ступенчатой плотности распределения случайного точечно-импульсного источника на поисковом интервале $(0, L)$

An example of unimodal stepwise distribution density of a random pulsed-point source on the search interval $(0, L)$

но корректно учесть, что если до истечения времени t_1 детектором будет зафиксирован импульс, это будет означать, что первый этап локализации закончен. Дальнейшее уточнение координат источника-генератора случайных импульсов (вплоть до достижения требуемой точности ε) должно вестись уже исключительно внутри апертуры l_1 , в пределах которой разыскиваемый импульсный объект имеет равномерное распределение. Для ведения такого поиска можно воспользоваться оптимальной по времени многоэтапной процедурой локализации случайного равномерно распределенного точечного импульсного источника [13].

2. Вариационная задача, решение которой лежит в основе построения оптимального алгоритма локализации одномодального случайного точечно-импульсного источника

Следующий шаг в нашем рассмотрении — постановка вариационной задачи, решение которой полностью определит оптимальные параметры физически реализуемой процедуры локализации случайного точечно-импульсного источника с одномодальным распределением. Без ограничения общности можно считать, что представленная на рисунке функция априорной плотности распределения вероятности разыскиваемого источника $f(x)$ задана на интервале $(0, 1)$, а требуемая точность локализации ε удовлетворяет условию $0 < \varepsilon < 1$. При несоблюдении этих ограничений проблема решается стандартной нормировкой абсолютной точности ε на длину поискового интервала L . Как отмечено выше, пороговое время t_1 выполнения первого этапа локализации, после которого поисковая процедура должна перейти к следующему этапу, определяется из равенства плотностей $h_1(t_1)$ и $h_2(t_1)$:

$$t_1 = \frac{1}{\lambda} \frac{d_1}{l_1} \ln \frac{h_1(1 - P_1) + h_2 P_1}{h_2}. \quad (1)$$

Этот порог устанавливает длительность осмотра-сканирования наивысшей ступеньки h_1 , по истечении которого (и при обязательном отсутствии зафиксированных импульсов) алгоритм должен быть перестроен на второй этап локализации, в котором поиск источника будет вестись уже в объединенном сегменте $d_1^{(2)} = d_1 + d_2$. Для формализации процесса реформатирования поискового алгоритма при его переходе с i -го на следующий $(i + 1)$ -й этап необходимо рассчитать вспомогательные величины

$$K^{(i)} = \frac{h_1^{(i)}}{(1 - P_1^{(i)})h_1^{(i)} + P_1^{(i)}h_2^{(i)}} = \frac{1}{(1 - P_1^{(i)}) + P_1^{(i)} \frac{h_2^{(i)}}{h_1^{(i)}}}, \quad (2)$$

$$k^{(i)} = \frac{h_2^{(i)}}{(1 - P_1^{(i)})h_1^{(i)} + P_1^{(i)}h_2^{(i)}} = \frac{1}{(1 - P_1^{(i)}) \frac{h_1^{(i)}}{h_2^{(i)}} + P_1^{(i)}}$$

а затем с их применением определить параметры, характеризующие изменившуюся функцию плотности распределения вероятности $f^{(i+1)}(x)$:

$$\begin{aligned}
n^{(i+1)} &= n^{(i)} - 1, \\
P_1^{(i+1)} &= P_1^{(i)} k^{(i)} + P_2^{(i)} K^{(i)}, \quad P_m^{(i+1)} = P_{m+1}^{(i)} K^{(i)}, \quad m = \overline{2, n^{(i+1)}}, \\
d_1^{(i+1)} &= d_1^{(i)} + d_2^{(i)}, \quad d_m^{(i+1)} = d_{m+1}^{(i)}, \quad m = \overline{2, n^{(i+1)}}, \\
h_m^{(i+1)} &= \frac{P_m^{(i+1)}}{d_m^{(i+1)}}, \quad m = \overline{2, n^{(i+1)}}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Пороговое время $t_1^{(i+1)}$ для максимальной продолжительности $(i+1)$ -го этапа задается выражением

$$t_1^{(i+1)} = \frac{1}{\lambda} \frac{d_1^{(i+1)}}{l_1^{(i+1)}} \ln \frac{h_1^{(i+1)}(1 - P_1^{(i+1)}) + h_2^{(i+1)} P_1^{(i+1)}}{h_2^{(i+1)}} = \frac{1}{\lambda} \frac{d_1^{(i+1)}}{l_1^{(i+1)}} \ln \frac{1}{k^{(i+1)}}. \tag{4}$$

Наличие соотношений (1)–(4) дает возможность в явном виде представить полное время локализации разыскиваемого источника:

$$\langle \tau \rangle = \sum_{j=1}^n Q_j \langle T_j \rangle \Rightarrow \min. \tag{5}$$

Здесь Q_j — усредненная по всем возможным сегментам размещения разыскиваемого источника априорная вероятность того, что первая фиксация импульса произойдет на этапе поиска с номером j ; $\langle T_j \rangle$ — полное время локализации источника при условии, что первая фиксация импульса происходит на этапе с номером j . В соотношении (5) каждая из величин $\langle T_j \rangle$ разбивается на три компоненты: 1) $T_{j,1} = t_1^{(1)} + t_1^{(2)} + \dots + t_1^{(j-1)}$ — суммарную продолжительность всех этапов, на которых импульс не был зафиксирован; 2) $T_{j,2}$ — среднее время от начала j -го этапа до момента регистрации импульса; 3) $T_{j,3}$ — среднюю продолжительность завершающего этапа поиска, представляющего собой многоэтапную оптимальную процедуру локализации случайного равномерно распределенного источника. Компоненту $T_{j,1}$ дополнительно вычислять не требуется — она определяется соотношениями (1) и (4):

$$T_{j,1} = t_1^{(1)} + t_1^{(2)} + \dots + t_1^{(j-1)} = \sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{1}{\lambda} \frac{d_1^{(m)}}{l_1^{(m)}} \ln \frac{1}{k^{(m)}} \right).$$

Аналитическое представление компоненты $T_{j,3}$ известно [14]:

$$T_{j,3} = \frac{1}{\lambda} \left\langle \tau_{opt}^* \left(\frac{\varepsilon}{L} \right) \right\rangle = \frac{M_{opt}}{\lambda} \left(\frac{\varepsilon}{j_1^{(j)}} \right)^{-\frac{1}{M_{opt}}}.$$

Таким образом, остается отыскать компоненту $T_{j,2}$, которая описывает усредненное по ансамблю реализаций время, проходящее от начала j -го этапа до момента регистрации первого импульса, при условии, что на данном этапе импульс достоверно был зафиксирован. Для этого сначала рассмотрим следующий пример. Пусть нам известно, что случайный источник генерирует мгновенные импульсы, интервалы между которыми имеют показательную плотность распределения $g(t) = \mu \exp(-\mu t)$, т. е. имеется пуассоновский источник мощностью μ . Источник наблюдается в течение времени T . Достоверно известно, что за это время было зарегистрировано не менее одного импульса.

Вопрос: каково математическое ожидание времени $\langle \tau \rangle_T$, прошедшего от начала наблюдения до регистрации первого импульса? Ответ: поскольку безусловная вероятность регистрации хотя бы одного импульса на интервале наблюдения длительностью T есть

$$\int_0^T g(t) dt = 1 - \exp(-\mu T),$$

условная плотность распределения паузы от начала наблюдения до регистрации первого импульса запишется в виде

$$g_T(t) = \begin{cases} \frac{\mu \exp(-\mu t)}{1 - \exp(-\mu T)}, & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & t > T. \end{cases}$$

Следовательно, среднее время $\langle \tau \rangle_T$ будет равно

$$\langle \tau \rangle_T = \int_0^{\infty} t g_T(t) dt = \frac{\int_0^T t \mu \exp(-\mu t) dt}{1 - \exp(-\mu T)} = \frac{1}{\mu} - T \frac{\exp(-\mu T)}{1 - \exp(-\mu T)}.$$

С учетом (4) окончательное выражение для компоненты $T_{j,2}$ примет вид

$$T_{j,2} = \frac{1}{\lambda} \frac{d_1^{(j)}}{l_1^{(j)}} - t_1^{(j)} \frac{k^{(j)}}{1 - k^{(j)}} = \frac{1}{\lambda} \frac{d_1^{(j)}}{l_1^{(j)}} \left(1 - \frac{k^{(j)}}{1 - k^{(j)}} \ln \frac{1}{k^{(j)}} \right).$$

В результате вариационная задача (5), решение которой определяет параметры оптимального алгоритма локализации случайного импульсно-точечного источника с одномодальным ступенчатым распределением, сводится к минимизации по переменным $l_1^{(j)}$, $j = \overline{1, n-1}$, выражения

$$\begin{aligned} \langle \tau \rangle = & \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{\lambda} \left[\sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{d_1^{(m)}}{l_1^{(m)}} \ln \frac{1}{k^{(m)}} \right) + \right. \\ & \left. + (1 - \delta_{jn}) \left(\frac{d_1^{(j)}}{l_1^{(j)}} \left(1 - \frac{k^{(j)}}{1 - k^{(j)}} \ln \frac{1}{k^{(j)}} \right) \right) + \langle \tau_{opt}^*(\varepsilon/l_1^{(j)}) \rangle \right] \Rightarrow \min. \end{aligned} \quad (6)$$

Все входящие в (6) величины Q_j , $d_1^{(m)}$, $k^{(m)}$ не зависят от переменных $l_1^{(j)}$, $j = \overline{1, n-1}$, и могут быть рассчитаны заранее; мощность источника λ и точность локализации ε известны; среднее время исполнения процедуры оптимального поиска равномерно распределенного источника $\langle \tau_{opt}^*(\varepsilon/l_1^{(j)}) \rangle$ вычисляется стандартно [15]. Два небольших уточнения касаются особенностей проведения заключительного n -го этапа поиска, который может понадобиться в том случае, если не удастся зафиксировать импульс ни на одном из начальных $(n-1)$ этапов. Первое уточнение относится к множителю $(1 - \delta_{jn})$, где δ_{jn} — символ Кронекера. Присутствие этого множителя в выражении (6) объясняется тем, что на n -м этапе сразу осуществляется процедура оптимальной локализации

равномерно распределенного сигнального источника, без проведения дополнительного сокращенного этапа, заканчивающегося фиксацией импульса. Второе уточнение тоже касается заключительного n -го этапа: поскольку на нем детектируется весь поисковый интервал $(0, 1)$, то формально следует положить $1_1^{(n)} = d_1^{(n)} = 1$.

Прежде чем перейти к отысканию аналитического решения оптимизационной задачи (6), нам потребуется провести ряд преобразований. Сначала перепишем соотношение (6) в эквивалентной форме, упорядочив все слагаемые в соответствии с варьируемыми параметрами $l_1^{(s)}$, $s = \overline{1, n-1}$:

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{\lambda} \left(\left(\sum_{s=1}^{n-1} \frac{1}{l_1^{(s)}} A^{(s)} \right) + \sum_{s=1}^n Q_s \langle \tau_{opt}^*(\varepsilon/l_1^{(s)}) \rangle \right) \Rightarrow \min. \quad (7)$$

Здесь введено обозначение

$$A^{(s)} = \left(d_1^{(s)} \ln \frac{1}{k^{(s)}} \sum_{j=s+1}^n Q_j \right) + d_1^{(s)} \left(1 - \frac{k^{(s)}}{1-k^{(s)}} \ln \frac{1}{k^{(s)}} \right),$$

причем все входящие в $A^{(s)}$ и Q_s величины не зависят от переменных $l_1^{(s)}$, $s = \overline{1, n-1}$, и могут быть рассчитаны заранее. Проведение строгой оптимизационной процедуры в отношении выражения (7) затрудняется достаточно сложной зависимостью среднего времени оптимального поиска $\langle \tau_{opt}^* \rangle$ от требуемой точности локализации $\varepsilon/l_1^{(s)}$. Поэтому при решении прикладных задач, в которых возникает необходимость минимизации среднего времени обнаружения и локализации малоразмерных импульсных источников, может быть рекомендовано пользоваться приближением, описывающим функцию $\langle \tau_{opt}^*(\varepsilon/l_1^{(s)}) \rangle$ в асимптотике, т. е. при высоких требованиях к точности локализации:

$$\langle \tau_{opt}^*(\varepsilon/L) \rangle = -e \ln(\varepsilon/L). \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), продифференцируем и приравняем к нулю все частные производные (7) по переменным $l_1^{(s)}$, $s = \overline{1, n-1}$. В результате получим оптимальный набор

$$l_{1,opt}^{(s)} = \frac{1}{e} \cdot \frac{A^{(s)}}{Q_s}, \quad s = \overline{1, n-1},$$

минимизирующий среднее время локализации (7). Таким образом, вариационная задача (6) решена: найдены оптимальные размеры сканирующих окон на каждом из $(n-1)$ предварительных этапов. Оптимальная пороговая продолжительность сканирования на каждом из них определяется соотношением (4). Завершается поиск многоэтапной процедурой оптимальной локализации равномерно распределенного случайного импульсного источника, которая обеспечивает достижение требуемой точности ε .

Заключение

Предложены оптимальные по быстродействию алгоритмы локализации случайных точечно-импульсных источников, имеющих многоступенчатую одномодальную плотность распределения вероятности на интервале поиска и обнаруживающих себя генерацией в случайные моменты времени мгновенных импульсов. Рассчитаны параметры оптимальной многоэтапной процедуры, при которых минимизируется среднее (в статистическом плане) время поиска случайного сигнального источника в зависимости от его

мощности и требуемой точности локализации. Отличительной особенностью разработанных алгоритмов является то, что в практических приложениях они могут быть физически реализованы с помощью перемещения односвязной сканирующей апертуры с динамически программируемым размером окна обзора. Более детальное описание изложенных в настоящей работе алгоритмов можно найти в [15].

Благодарности. Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (проект № ААА-А17-117052410034-6).

Список литературы

- [1] **Zhu X.-J., Wen L., Hobbs G., Zhang Y., Wang Y., Madison D.R., Manchester R.N., Kerr M., Rosado P.A., Wang J.** Detection and localization of single-source gravitational waves with pulsar timing arrays. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. Oxford Academic Press; 2015; (449):1650–1663.
 - [2] **Weinberg S.** *Cosmology*. N.Y.: Oxford University Press; 2008: 593.
 - [3] **Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.** Математические методы в теории надежности. М.: Наука; 1965: 524.
 - [4] **Shannon C.E.** A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*. 1948; 27(3):379–423.
 - [5] **Биргер И.А.** *Техническая диагностика*. М.: Машиностроение; 1978: 240.
 - [6] **Poor H.** *An introduction to signal detection and estimation*. N.Y.: Springer-Verlag; 1985: 262.
 - [7] **Szegedy C., Toshev A., Erhan D.** Deep neural networks for object detection. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2013; (26):1–8.
 - [8] **Cao G., Xie X., Yang W., Liao Q., Shi G., Wu J.** Feature-fused SSD: fast detection for small objects. *Cornell University Library*; 2018: 8. Available at: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1709/1709.05054.pdf>.
 - [9] **Gruppen C., Buvat I.** *Handbook of particle detection and imaging*. Berlin: Springer; 2011: 1268.
 - [10] **Громилин Г.И., Косых В.П., Попов С.А., Стрельцов В.А.** Подавление фона с резкими перепадами яркости в последовательности изображений динамических малоразмерных объектов. *Автометрия*. 2019; (55):3–12.
 - [11] **Резник А.Л., Ефимов В.М., Соловьев А.А., Торгов А.В.** О безошибочном считывании случайных дискретно-точечных полей. *Автометрия*. 2012; (48):93–103.
 - [12] **Резник А.Л., Тузиков А.В., Соловьев А.А., Торгов А.В.** Оптимальные по быстродействию алгоритмы поиска случайных импульсно-точечных источников для систем с несколькими приемными устройствами. *Автометрия*. 2017; (53):3–11. DOI:10.15372/AUT20170301.
 - [13] **Reznik A.L., Tuzikov A.V., Soloviev A.A., Torgov A.V., Kovalev V.A.** Time-optimal algorithms focused on the search for random pulsed-point sources. *Computer Optics*. 2019; (43):605–610.
 - [14] **Клочко В.К.** Обнаружение движущихся объектов пассивной сканирующей системой. *Автометрия*. 2019; (55):72–79. DOI:10.15372/AUT20190110.
 - [15] **Резник А.Л., Соловьев А.А., Торгов А.В.** Локализация случайных точечно-импульсных источников с применением физически реализуемых поисковых алгоритмов. *Автометрия*. 2020; (56):72–79. DOI:10.15372/AUT20200606.
-

Time-optimal algorithms for detecting and localizing for a random point-pulse source with a unimodal distribution density

REZNIK ALEXANDER L.* , SOLOVIEV ALEXANDER A.

Institute of Automation and Electrometry SB RAS, 630090, Novosibirsk, Russia

*Corresponding author: Reznik Alexander L., e-mail: reznik@iae.nsk.su*Received February 22, 2022, revised April 15, 2022, accepted April 20, 2022.***Abstract**

The issues of constructing high-speed algorithms for searching of pulsed-point sources are considered. A pulsed-point source is treated as an object of negligible angular dimensions (mathematical point). It is supposed having a random distribution density over the search interval; it randomly generates infinitely short impulses (delta functions) Pauses between impulses have an exponential distribution density. Detection and localization of such sources is carried out by a system that includes a receiver with a programmable and arbitrarily time-tunable view window. When the incoming pulse is detected, the position of the searched source is refined and the receiver's view window decreases; at the next stage, the search continues inside the window where the impulse was fixed.

In majority of scientific and technical applications, minimizing the time of detection and localization of random pulsed-point sources requires solving time-consuming variational problems associated with finding extremals of complex integral functionals in the presence of restrictions. As a result, the exact analytical solution of the problem (if it is principally achievable), as a rule, cannot be physically implemented in the form of a scheme with continuous movement of a simply connected scanning window of the receiver. In this paper, we have shown that in the case when the distribution density of a random point source can be represented as an unimodal step function, it is possible to construct a time-optimal and physically realizable strategy for its localization.

Algorithms for the localization of random pulsed-point sources that have a multistage single-modal probability distribution density over the search interval and reveal themselves by generating instantaneous impulses at random times are proposed. The parameters of the optimal algorithm are calculated that minimizes the average (in statistical terms, i.e., according to implementation ensemble) the search time for a random source depending on the a priori density of its distribution, the power of the source, and the required localization accuracy.

Keywords: optimal localization algorithm, pulsed-point source.

Citation: Reznik A.L., Soloviev A.A. Time-optimal algorithms for detecting and localizing for a random point-pulse source with a unimodal distribution density. Computational Technologies. 2022; 27(3):36–45. DOI:10.25743/ICT.2022.27.3.004. (In Russ.)

Acknowledgements. This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. AAA-A17-117052410034-6).

References

1. **Zhu X.-J., Wen L., Hobbs G., Zhang Y., Wang Y., Madison D.R., Manchester R.N., Kerr M., Rosado P.A., Wang J.** Detection and localization of single-source gravitational waves with pulsar timing arrays. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. Oxford Academic Press; 2015; (449):1650–1663.
2. **Weinberg S.** *Cosmology*. N.Y.: Oxford University Press; 2008: 593.
3. **Gnedenko B.V., Belyayev Yu.K., Solovyev A.D.** *Mathematical methods of reliability theory*. N.Y.: Academic press; 1969: 518.
4. **Shannon C.E.** A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*. 1948; 27(3):379–423.
5. **Birger I.A.** *Tekhnicheskaya diagnostika [Technical diagnostic]*. Moscow: Mashinostroenie; 1978: 240. (In Russ).
6. **Poor H.** *An introduction to signal detection and estimation*. N.Y.: Springer-Verlag; 1985: 262.
7. **Szegedy C., Toshev A., Erhan D.** Deep neural networks for object detection. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2013; (26):1–8.
8. **Cao G., Xie X., Yang W., Liao Q., Shi G., Wu J.** Feature-fused SSD: fast detection for small objects. *Cornell University Library*; 2018: 8. Available at: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1709/1709.05054.pdf>.
9. **Gruppen C., Buvat I.** *Handbook of particle detection and imaging*. Berlin: Springer; 2011: 1268.
10. **Gromilin G.I., Kosykh V.P., Popov S.A., Streltsov V.A.** Suppression of the background with drastic brightness jumps in a sequence of images of dynamic smallsize objects. *Optoelectronics Instrumentation and Data Processing*. 2019; (55):213–221. DOI:10.3103/S8756699019030014.
11. **Reznik A.L., Efimov V.M., Solov'ev A.A., Torgov A.V.** Errorless readout of random discrete-point fields. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2012; (48):506–514. DOI:10.3103/S8756699012050111.
12. **Reznik A.L., Tuzikov A.V., Solov'ev A.A., Torgov A.V.** Time-optimal algorithms of searching for pulsed-point sources for systems with several detectors. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2017; (53):203–209. DOI:10.3103/S8756699017030013.
13. **Reznik A.L., Tuzikov A.V., Soloviev A.A., Torgov A.V., Kovalev V.A.** Time-optimal algorithms focused on the search for random pulsed-point sources. *Computer Optics*. 2019; (43):605–610.
14. **Klochko V.K.** Detection of moving objects by a passive scanning system. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2019; (55):59–65. DOI:10.3103/S8756699019010102.
15. **Reznik A.L., Solov'ev A.A., Torgov A.V.** Localization of random pulse point sources using physically implementable search algorithms. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2020; (56):598–607. DOI:10.3103/S8756699020060114.