

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОТЕРМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРЕДУСТЬЕВОЙ ОБЛАСТИ ТЕЛЕЦКОГО ОЗЕРА\*

Д. В. КВОН, В. И. КВОН

*Институт водных и экологических проблем СО РАН*

*Барнаул, Россия*

Т. Н. ФИЛАТОВА

*Государственный гидрологический институт*

*Санкт-Петербург, Россия*

e-mail: kvon@ad-sbras.nsc.ru

Longitudinal-vertical (laterally averaged) mathematical model of the hydrothermal processes in a river discharge region of deep lake was offered. The model takes into account water compressibility, meteorological factors, wind and inflow discharges currents. Allowing for the water compressibility in the model makes it possible to provide a more accurate description of the hydrothermal processes in the deep-water zone of the lake. The numerical simulations of hydrothermal processes in the near-estuarine zone of lake Teletskoye, which is adjacent to the discharge site of it's main inflow — river Chulishman, were performed. The comparison of the fields of temperature and velocity with the fragments of corresponding fields obtained with the model of the entire lake for different moments of time is given.

## Введение

В моделировании устьевой области водоема пока не существует единого подхода к постановке краевых условий на открытой границе, то есть на границе прибрежной зоны с остальной частью водоема. В литературе предлагаются различные варианты их задания. Поэтому возникает проблема выбора. Обычно задают условие излучения Зоммерфельда [9–12], но не всегда, например, в [14] задана вертикальная составляющая скорости, в [8] — равенство нулю второй производной продольной составляющей скорости по продольной координате, а в [13] открытая граница рассматривается как “твердая стенка” с использованием специальной процедуры минимизации эффектов такой замены. Для Телецкого озера имеются результаты расчетов для всей акватории [6]. Поэтому при построении математической модели предустьевой зоны озера появляется уникальная возможность тестиро-

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №99-01-00547.

© Д. В. Квон, В. И. Квон, Т. Н. Филатова, 2000.

вания самой модели и, в частности, условий на открытой границе с использованием этих результатов.

В данной работе предложена численная модель устьевой зоны Телецкого озера с учетом метеорологических факторов и сжимаемости воды [5], сформулированы условия на открытой границе с минимальным заданием данных измерений.

## 1. Постановка задачи

Уравнения осредненной по ширине озера модели гидротермических процессов с учетом сжимаемости воды имеют следующий вид [5]:

$$\frac{\partial bu}{\partial t} + \frac{\partial buu}{\partial x} + \frac{\partial bwu}{\partial z} = -gb \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta + \frac{1}{\rho_0} \int_z^{z^0} \rho dz \right) + \frac{\partial}{\partial x} bK_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} bK_z \frac{\partial u}{\partial z} - sr|u|u, \quad (1)$$

$$\frac{\partial bu}{\partial x} + \frac{\partial bw}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial bT}{\partial t} + \frac{\partial buT}{\partial x} + \frac{\partial bwT}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} bD_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} bD_z \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\rho = \rho_w / (1.0 - p/k_p), \quad (4)$$

где  $s = \sum_{i=1}^2 \left[ 1 + \left( \frac{\partial b_i}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial b_i}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}$ ;  $t$  — время; ось  $x$  направлена вдоль озера по его длине от устья р. Чулышман в сторону истока р. Бия; ось  $z$  — вертикально вверх;  $u$  и  $w$  — компоненты скорости по  $x$  и  $z$  соответственно;  $T$  — температура воды;  $b(x, z)$  — ширина озера;  $b = b_2 + b_1$ ;  $-b_1$  и  $b_2$  — ординаты боковых поверхностей озера;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $K_x$  и  $K_z$  ( $D_x$  и  $D_z$ ) — коэффициенты турбулентной вязкости (температуропроводности) соответственно в горизонтальном ( $x$ ) и вертикальном ( $z$ ) направлениях;  $\eta$  — отклонение уровня воды от невозмущенного его значения  $z^0$ ;  $r$  — коэффициент сопротивления трения боковой поверхности озера;  $\rho$  — плотность воды и  $\rho_0$  — постоянное ее значение ( $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>);  $\rho_w(T, S)$  — плотность воды при стандартном атмосферном давлении;  $S$  — минерализация воды, принимаемая здесь постоянной и равной 75 мг/л [7];  $k_p(T, S, p)$  — объемный модуль упругости воды;  $p$  — давление воды, определяемое по формуле гидростатики. Для вычисления функций  $\rho_w(T, S)$  и  $k_p(T, S, p)$  здесь используются формулы, рекомендуемые Объединенной комиссией ЮНЕСКО по океанографическим таблицам и стандартам (см., например, [1]).

К системе уравнений (1)–(4) необходимо присоединить начальные и граничные условия. В начальный момент времени задаются распределения скорости, температуры и уровня водной поверхности. На водной поверхности при  $z = \eta$  задаются кинематическое условие, напряжение ветра и поток тепла:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = w, \quad K_z \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau_w}{\rho}, \quad c_p \rho D_z \frac{\partial T}{\partial z} = q_n, \quad (5)$$

где  $\tau_w$  — напряжение ветра,  $q_n$  — поток тепла через водную поверхность,  $c_p$  — удельная теплоемкость воды.

На дне водоема при  $z = z_0(x)$  задаются условие непроницаемости, квадратичный закон сопротивления трения и равный нулю поток тепла:

$$w = 0, \quad K_z \frac{\partial u}{\partial z} = k_b |u| u, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

На входной вертикальной границе озера, через которую вода втекает в него (р. Чулышман), задаются скорость, расход воды и температура втекающей воды. На открытой вертикальной границе, отделяющей рассматриваемую предустьевую область озера от остальной его части, задаются отметка уровня воды и равные нулю производная продольной составляющей скорости по продольной координате и диффузионный поток тепла:

$$\eta = \eta^0(t), \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

Принятые условия на открытой границе обеспечивают свободное протекание воды через нее из предустьевой области в остальную часть озера. Предварительное тестирование этих условий было проведено ранее [3] для течения в круглом лотке.

Коэффициенты вертикального турбулентного обмена определяются с использованием уравнений для энергии турбулентности ( $e$ ) и скорости ее диссипации, коэффициенты горизонтального турбулентного обмена — с использованием формулы Ричардсона. Конкретные их значения приведены в [4].

## 2. Результаты расчетов

Модель численно реализована с использованием полунеевной конечно-разностной схемы [2]. Для численного решения поставленной задачи рассматривалась предустьевая область Телецкого озера, примыкающая к устью р. Чулышман, основного притока озера. Длина этой области была равна 26950 м, максимальная глубина — 280 м.

Расчеты проведены, начиная с 20 мая с использованием гидрометеорологических данных 1968 г. Расходы р. Чулышман в расчетах были равны 574 и 272 м<sup>3</sup>/с в мае и в июне соответственно, а температура речной воды в эти же месяцы — 6.6 и 11.9 °С соответственно. Температура озерной воды в начальный момент времени была принята равной 2.3 °С [7].

Согласно результатам расчетов, более нагретая вода р. Чулышман продвигается от устья реки вдоль озера, получая дополнительно тепло от атмосферы через водную поверхность и формируя характерные для термического бара картины полей температуры и скорости течений. На рис. 1 показаны результаты расчетов температурных полей в виде изотерм на 10 июня (рис. 1, а), на 20 июня и векторного поля скорости на 10 июня. Динамика продвижения фронта термобара в форме теплой плавучей струи сопровождается развитием циркуляционных течений, порождаемых движением термобара. А именно, имеют место две вихревые структуры, разделяющие зону с устойчивой стратификацией вблизи устья реки и зону полного перемешивания с однородным распределением температуры в остальной части рассматриваемой области.

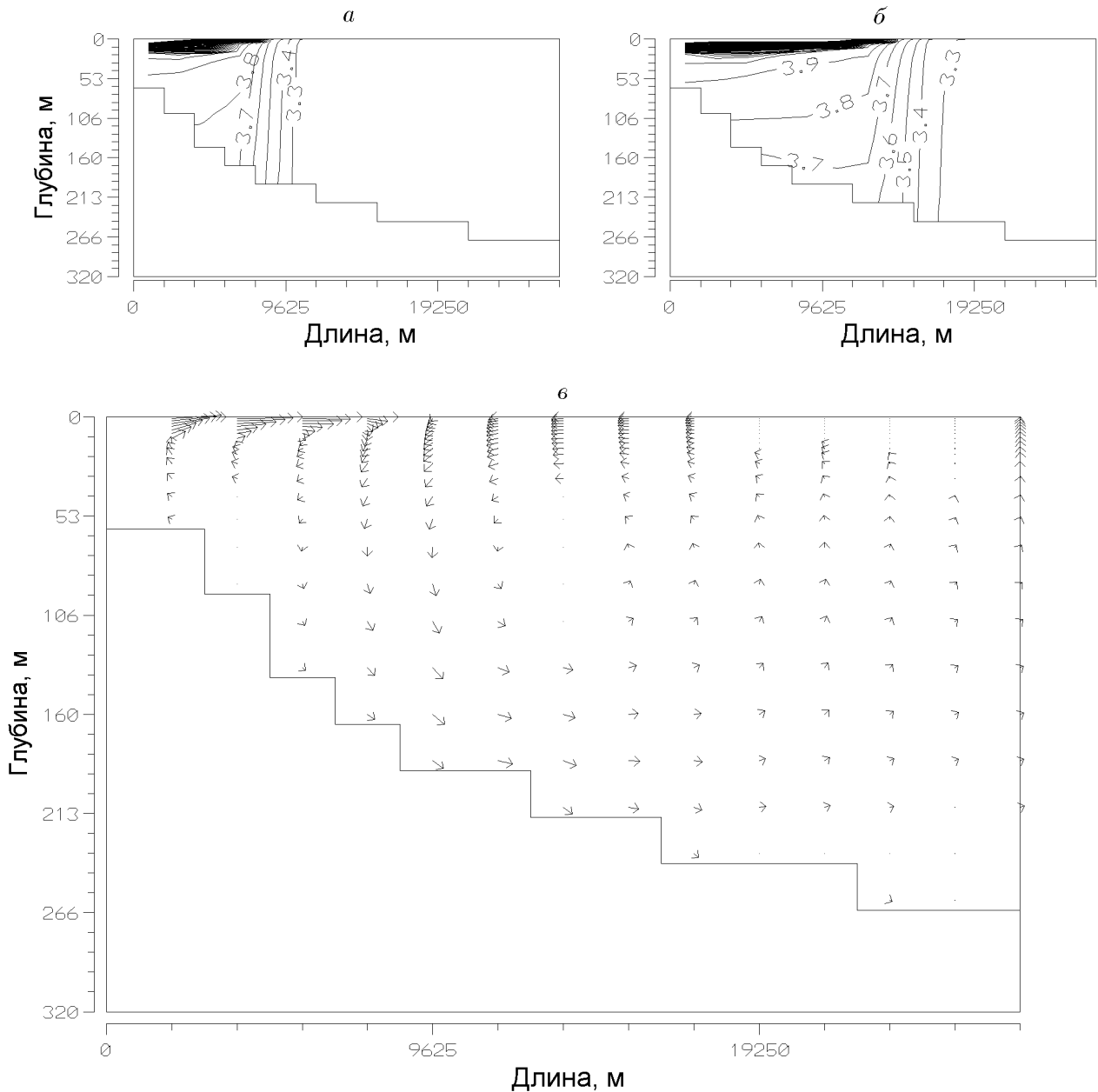


Рис. 1. Распределения температуры (изотермы) на 10 июня (а), 20 июня (б) и поле скорости (в увеличенном масштабе) на 10 июня (в) в продольно-вертикальном сечении предустьевой зоны Телецкого озера.

Отметим, что предварительно были проведены расчеты по гидротермической модели всего озера [6]. При численной реализации рассматриваемой модели предустьевой зоны использовались идентичные входные данные, а отметка уровня водной поверхности на открытой границе задавалась по результатам расчетов по модели озера [10]. Обычно при решении конкретных задач отметка уровня в условиях (7) задается с использованием или данных измерений, или некоторых теоретических зависимостей. В частности, в [8] при ее задании в случае приливного и отливного движения используется теория волн, в [10] для детального изучения процессов переноса в прибрежной предустьевой области конти-

нентального шельфа отметка уровня задается на основе результатов численного расчета на крупной разностной сетке, полученных по глобальной модели. Результаты расчетов по модели озера, относящиеся к его предустьевой области (далее по тексту: фрагменты полей температуры и скорости или фрагмент озера), использовались для тестирования модели предустьевой области. Проведенное сопоставление показало достаточную их близость для довольно длительного интервала времени развития термобара. Для фрагмента озера были получены картины, почти идентичные рис. 1. Максимальные разности температуры на 1, 10 и 20 июня соответственно равны 0.06, 0.09 и 0.24 °С, а максимальные разности скоростей течения на те же числа равны соответственно 0.1, 0.3 и 20 мм/с.

На гидротермические процессы в предустьевой зоне озер оказывает влияние взаимодействие встречных фронтов термического бара. В случае Телецкого озера термобар проявляется в основном в продольном направлении озера и продвигается с окраин озера (с левой оконечности озера у устья р. Чулышман и с противоположной его оконечности у истока р. Бия) к его центральной части. Продолжительность развития термобара составляет полтора — два месяца. По данным наблюдений, к 15 июля встречные фронты термобара смыкаются, и озеро становится почти однородным в его продольном направлении [7].

Расчеты показали, что предустьевая область может быть рассмотрена изолированно только до начала слияния встречных фронтов термобара. Характерные процессы взаимодействия встречных фронтов термобара, конечно, не могут быть описаны в рамках предложенной модели предустьевой области. Сразу после встречи фронтов проявляется заметная количественная разница в температурных полях, полученных по модели предустьевой области и по модели для всего озера. Напомним, в модели озера учитываются процессы взаимодействия встречных фронтов [6]. Так, на 20 июля для рассматриваемого участка максимальная температура (14.8 °С) по модели устьевого участка превышает максимальную температуру (12.4 °С) по модели озера более, чем на 2 градуса. Затем, по истечении определенного времени после слияния указанных фронтов эта разница в распределениях температуры, полученных по указанным двум моделям, стирается (рис. 2), например, на 20 августа максимальная разница в температуре составляет 0.35 °С.

После слияния встречных фронтов термобара течения сосредоточены в верхнем однородном слое (рис. 3). Поля скорости, вычисленные по этим двум моделям, существенно различаются между собой (см. рис. 3, *в* и 3, *г*), хотя в полях температуры нет заметной качественной разницы (см. рис. 2). Наличие течения в верхнем однородном слое приводит главным образом к более интенсивному перемешиванию в нем, не внося заметных изменений в почти однородное по длине температурное поле.

Более детальное по времени сопоставление результатов расчетов по двум моделям проведено для следующих интегральных характеристик:

$$T_c = \frac{1}{W} \iiint bT dx dz, \quad E_c = \frac{1}{W} \iiint b \frac{u^2 + w^2}{2} dx dz, \quad e_c = \frac{1}{W} \iiint b e dx dz, \quad (8)$$

$$\Delta T_c = \frac{T_c - T_{cf}}{T_{cf}}, \quad \Delta E_c = \frac{E_c - E_{cf}}{E_{cf}}, \quad \Delta e_c = \frac{e_c - e_{cf}}{e_{cf}}, \quad \left( W = \iiint b dx dz \right), \quad (9)$$

где  $T_c$ ,  $T_{cf}$  — средние (по объему) температуры воды,  $E_c$ ,  $E_{cf}$  — средние кинетические энергии,  $e_c$ ,  $e_{cf}$  — средние энергии турбулентности предустьевой области озера, соответствующие модели предустьевой области (индекс “*c*”) и модели озера (индекс “*cf*”),  $W$  — объем предустьевой области озера.

На рис. 4 представлены результаты расчетов изменений средней температуры воды в

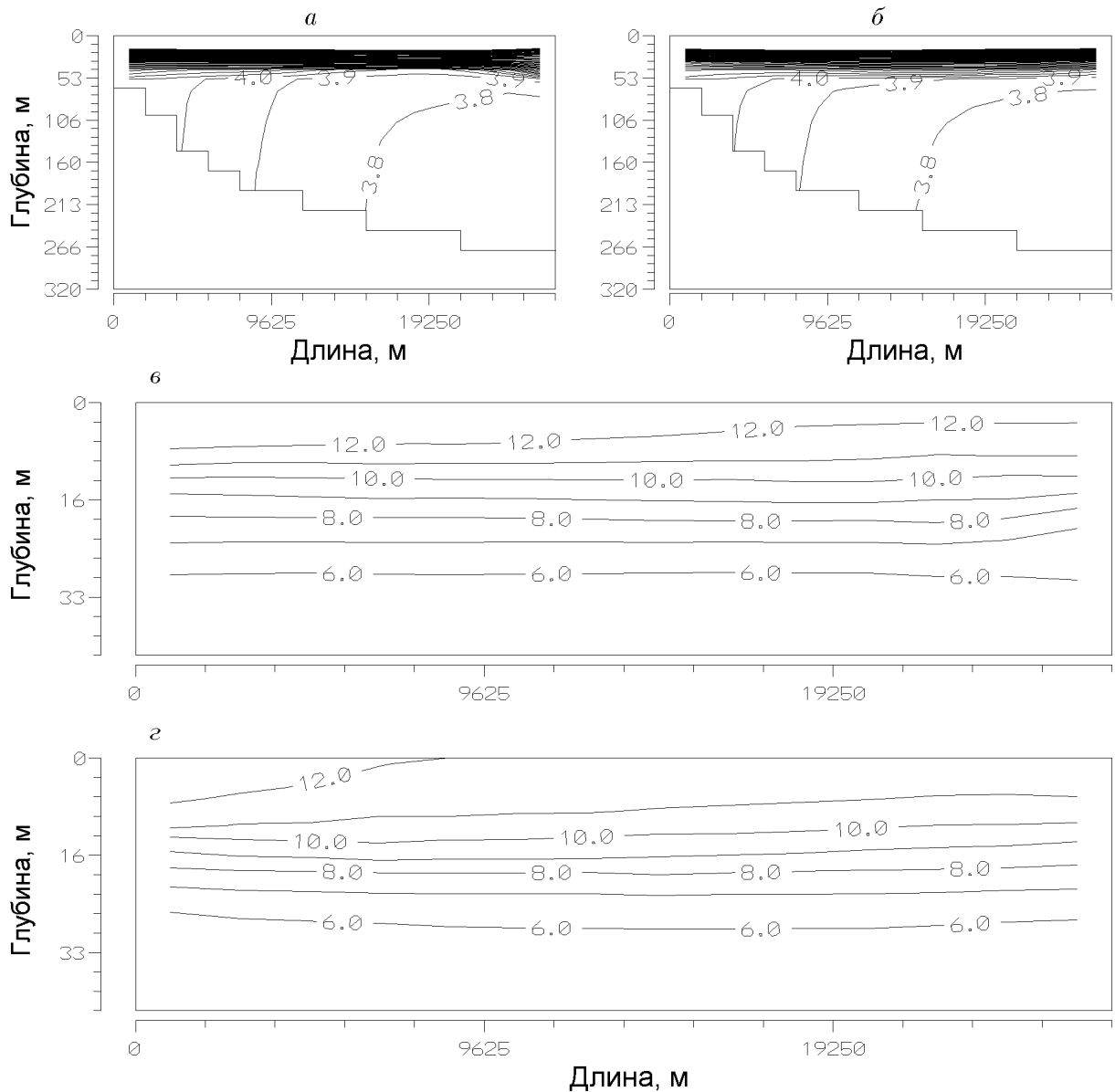


Рис. 2. Изотермы на 20 августа в продольно-вертикальном сечении предустьевой зоны Телецкого озера, вычисленные по модели предустьевой области (а, в) и по модели озера (б, г); отдельно выделены в увеличенном масштабе верхние перемешанные слои (в, г) предустьевой области озера.

предустьевой области озера по времени (время в сутках от начального момента времени, а именно — с 20 мая). Средняя температура воды растет почти линейно по времени до 2 июля. Относительная разница средних температур  $\Delta T_c$  находится в пределах 0.5% (рис. 4, б). Со 2 июля, то есть примерно через полтора месяца от начального момента времени, начинает проявляться заметное различие между средними температурами по двум указанным выше моделям. Данное различие прежде всего связано с тем, что в результатах расчетов по модели озера сказывается влияние процессов взаимодействия встречных

фронтов термобара. В целом модель предустьевой области в разумных пределах описывает ее термический режим, а именно — максимальное относительное отклонение ее средней

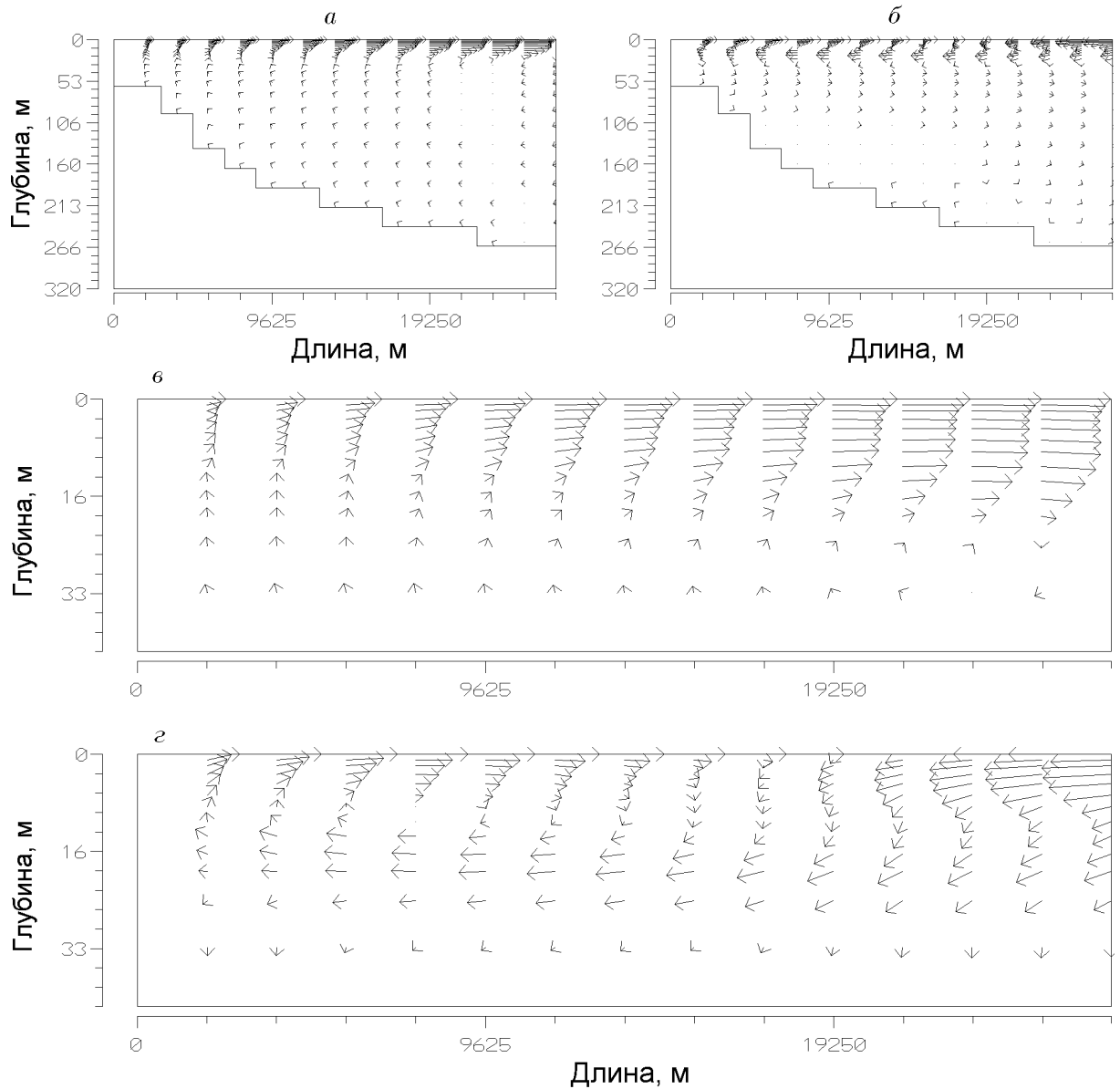


Рис. 3. Поля скорости на 20 августа в продольно-вертикальном сечении предустьевой зоны Теллецкого озера, вычисленные по модели предустьевой области (а, в) и по модели озера (б, г); отдельно выделены в увеличенном масштабе верхние перемешанные слои (в, г) предустьевой области озера.

температуры от средней температуры фрагмента озера не превышает 5%.

Анализ вертикальной термической структуры показывает, что примерно со 2 июля в озере начинает устанавливаться устойчивая термическая стратификация. На рис. 5 приведены результаты расчетов средней кинетической энергии по времени. Она сильно реагирует на переход в режим устойчивой стратификации, при котором основные гидротермодинамические процессы сосредоточены в относительно тонком поверхностном слое

воды. Анализ изменений средней кинетической энергии по времени подтверждает ожидаемое затухание турбулентных флуктуаций при установлении устойчивой стратификации

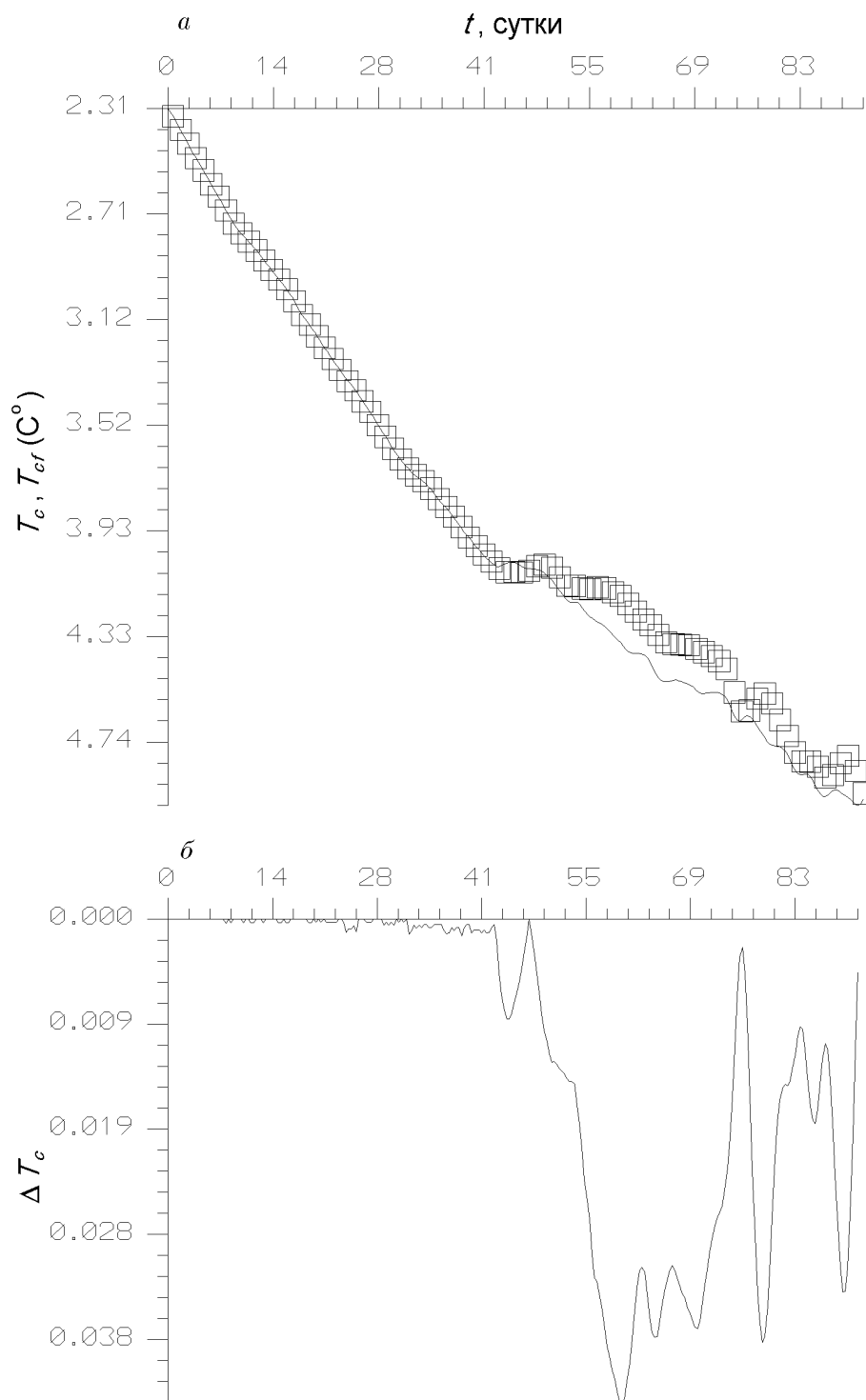


Рис. 4. Распределения во времени: *а* — средней температуры ( $T_c$  — сплошная линия,  $T_{cf}$  — квадратики), *б* — относительного отклонения средней температуры предустьевой области от средней температуры соответствующего фрагмента озера.

в предустьевой области озера.

Авторы выражают свою благодарность О. Ф. Васильеву за полезные обсуждения данной работы.



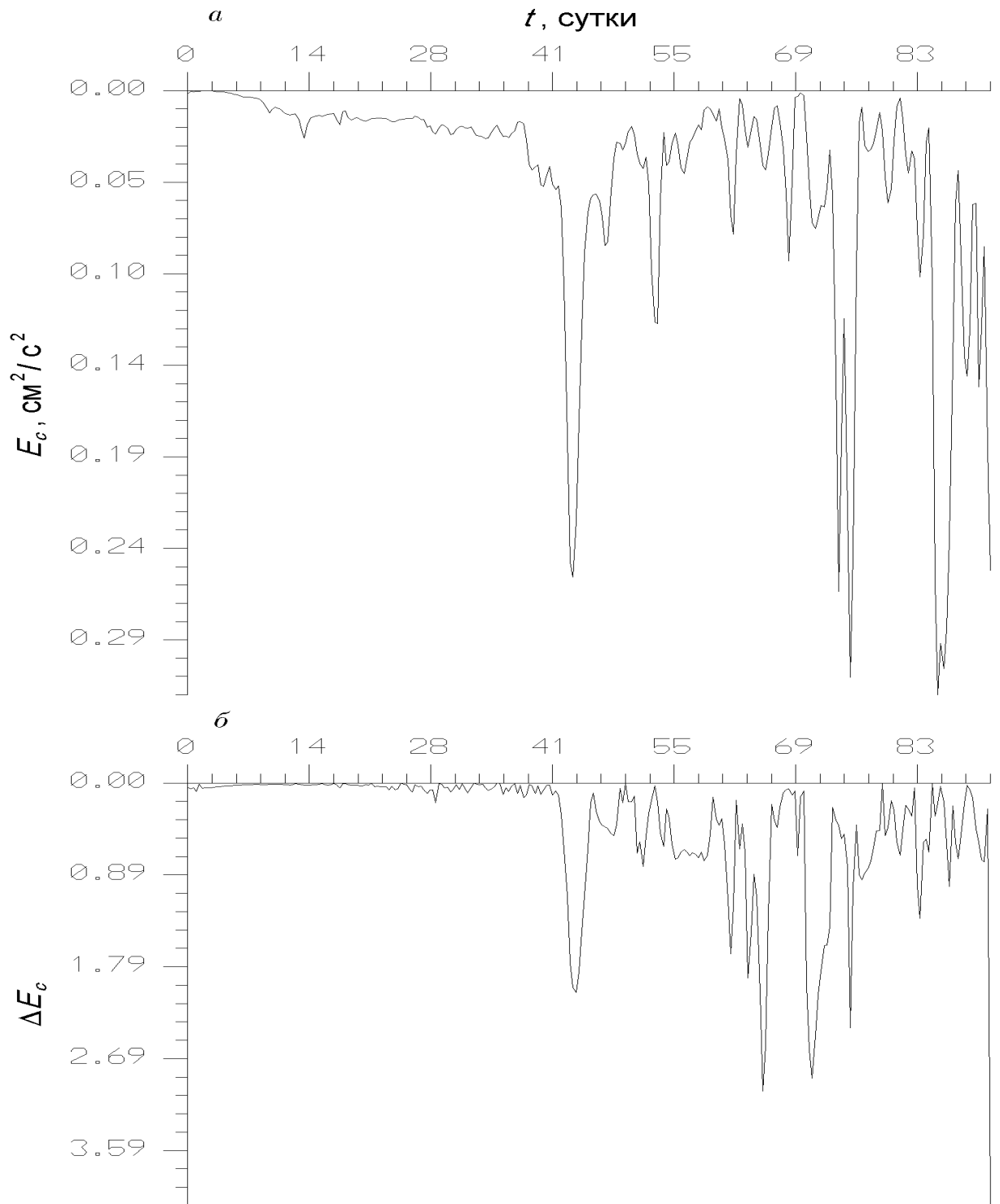


Рис. 5. Распределения по времени: средней кинетической энергии предустьевой области озера (а) и относительного отклонения средней кинетической энергии предустьевой области от средней кинетической энергии соответствующего фрагмента озера (б).

## Список литературы

- [1] Гилл А. *Динамика атмосферы и океана*, **2**, Мир, М., 1986.
- [2] Квон Д. В. Численное моделирование сезонных изменений температуры воды в Те-

- лецком озере. *Вычисл. технологии*, **1**, №1, 1996, 48–56.
- [3] КВОН В. И., КВОН Д. В. Математическое моделирование процесса заглубления перемешанного слоя в стратифицированной жидкости. *Прикладная механика и техническая физика*, №1, 1997, 82–85.
- [4] КВОН Д. В., КВОН В. И. Численный расчет стоковых и термогравитационных течений в Телецком озере. *Метеорология и гидрология*, №6, 1998, 68–76.
- [5] КВОН Д. В., КВОН В. И. Численный расчет термического режима Телецкого озера с учетом сжимаемости воды. *Там же*, №10, 1999, 96–102.
- [6] КВОН Д. В., КВОН В. И., СЕМЧУКОВ А. Н. Численный расчет продольно-вертикальной термической структуры Телецкого озера в годовом цикле. *Вычисл. технологии*, 2000, (в печати).
- [7] СЕЛЕГЕЙ В. В., СЕЛЕГЕЙ Т. С. *Телецкое озеро*. Гидрометеоиздат, Л., 1978.
- [8] МАКОТО IFUKU. Performance of saline water in flume. *Proc. Abstract Volume of 28 IAHR Congress, Papers on CD-ROM*, Graz, Austria, 1999.
- [9] KOURAFALOU V. H., OEY L.-Y., WANG J. D., LEE T. N. The fate of river discharge on the continental shelf. 1. Modeling the river plume and the inner shelf coastal current. *J. Geophys. Research*, **101**, No. C2, 1996, 3415–3434.
- [10] KOURAFALOU V. H., LEE T. N., OEY L.-Y., WANG J. D. The fate of river discharge on the continental shelf. 2. Transport of coastal low-salinity waters under realistic wind and tidal forcing. *Ibid.*, **101**, No. C2, 1996, 3435–3455.
- [11] OEY L.-Y., MELLOR G. L. Subtidal variability of estuarine outflow, plume and coastal current: A model study. *J. Phys. Oceanogr.*, No. 23, 1993, 164–171.
- [12] ORLANSKI I. A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *J. Comput. Phys.*, No. 21, 1976, 251–269.
- [13] STAMOU A. I., MEMOS C. D., PIPILIS K. G. Mathematical modelling of thermal discharges in coastal regions. *Proc. Abstract Volume of 28 IAHR Congress, Papers on CD-ROM*, Graz, Austria, 1999.
- [14] VASILIEV O. F., DUMNOV S. V. Numerical modelling of flow in a river estuary. *Proc. of the XXII Congress of IAHR. Hydraulic modelling*, Lausann, 1987, 83–88.

Поступила в редакцию 23 ноября 1999 г.,  
в переработанном виде 23 марта 2000 г.