

СХЕМА РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

А. В. ТАТОСОВ

Тюменский государственный университет, Россия

e-mail: vkutrunov@utmn.ru

A numerical scheme for the calculation of continuous non-stationary gas flows in the vicinity of the nodes (junctions) of a pneumatic system is considered. Our approach is capable to model both isothermal gas flows and flows with heat conduction.

Введение

В работе рассматриваются нестационарные течения в газотранспортной системе (ГТС). Типичными элементами такой системы являются разветвления магистралей, компрессорные станции (КС), отборы и подкачки газа. Положение этих элементов в ГТС будем определять точками ввиду их относительно малого размера. Указанные точки назовем узлами, а магистрали — ребрами. Компрессорная станция может находиться на любом ребре, вблизи любого узла (в бесконечно малой его окрестности). Отбор (подкачка) газа производится в самом узле. В итоге ГТС будет состоять только из однородных участков без особенностей и узлов.

Общепринятым упрощением в описании движения газа в пневматической магистрали является квазиодномерное приближение, когда все параметры потока осредняются по его поперечному сечению. Такой подход используется в большинстве работ (см., например, [1, 2]), при этом часть свойств неоднородного потока неизбежно утрачивается [3]. Численные алгоритмы расчета нестационарных одномерных течений газа известны (см., например, [4–8]). Как правило, особое внимание уделяется условиям устойчивости разностной схемы. Эти вопросы имеют важнейшее значение [6]. Расчет движения газа в окрестности точки ветвления магистралей создает дополнительные сложности. В данном месте нарушается предположение о квазиодномерности течения, что приводит к нежелательному и существенному изменению шаблона разностной схемы.

Основной целью работы являлось моделирование динамики потоков в узлах сложной газотранспортной системы на основе составления специальных разностных уравнений.

1. Неизотермическое непрерывное течение в ГТС

Основные уравнения и допущения. Уравнения одномерного неизотермического движения газа с теплообменом через стенки трубы можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\zeta \rho}{r} |u| u, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u \left(\frac{u^2}{2} + e \right) + up \right) &= -\frac{2\chi(T - T_s)}{r}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь ρ , p , T — соответственно плотность, давление и температура газа; u , e — его скорость и удельная внутренняя энергия; T_s — температура стенки (внешняя температура); r — радиус трубы; ζ — коэффициент сопротивления; χ — коэффициент теплоотдачи.

В качестве уравнений состояния газа примем

$$p = c^2 \rho, \quad e = c_v T, \quad (1.2)$$

где $c = \sqrt{RT/\mu}$ — изотермическая скорость звука; R — универсальная постоянная; μ , c_v — молярная масса газа и его удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Для расчета течения газа на протяженном участке магистрали запишем (1.1) в приближении Чарного, пренебрегая динамическим давлением в левых частях равенств. Обозначив плотность потока вещества $q = \rho u$ и учитывая соотношения

$$\rho e = c_v \rho T = \frac{\rho R T}{\mu(\gamma - 1)} = \frac{p}{\gamma - 1}, \quad \rho u e + up = c_p q T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} q c^2,$$

получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial q}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\zeta c^2}{r p} |q| q, \\ \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial x} (q c^2) &= -\frac{2\chi(T - T_s)}{r}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь $\gamma = c_p/c_v$ — показатель адиабаты, c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении.

Система (1.3) описывает непрерывное (без ударных волн) неизотермическое течение газа в протяженном трубопроводе.

Уравнения движения в безразмерных переменных. Для удобства численного интегрирования введем безразмерные переменные

$$\bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = \frac{c_0 t}{L}, \quad \bar{q} = \frac{c_0 q}{p_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{c_0^2}{p_0} \rho, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0} = \frac{c^2}{c_0^2}, \quad (1.4)$$

где p_0 , T_0 , c_0 — атмосферное давление, температура и изотермическая скорость звука при нормальных условиях; L — длина отдельного участка трубопровода. В новых переменных

уравнения движения (1.3) примут вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \lambda \frac{\bar{T} |\bar{q}| \bar{q}}{\bar{p}}, \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \gamma \frac{\partial (\bar{q} \bar{T})}{\partial x} &= -k (\bar{T} - \bar{T}_s).\end{aligned}\quad (1.5)$$

Термическое уравнение состояния газа

$$\bar{p} = \bar{\rho} \bar{T}. \quad (1.6)$$

В системе (1.5) использованы обозначения

$$\lambda = \frac{L}{r} \zeta, \quad k = \frac{L}{r} \frac{2(\gamma - 1) \chi T_0}{p_0 c_0}.$$

Согласование потоков в узлах ГТС. Рассмотрим некоторый внутренний узел газотранспортной системы (рис. 1). Пусть к рассматриваемому узлу примыкает r ребер. Занумеруем ребра по порядку и выберем положительные направления осей координат. Представляется целесообразным задать в узле общее для всех ребер давление. Данное предположение оправдано малостью скорости газа по сравнению со скоростью звука.

Введем следующие обозначения для k -го ребра: q_k — ближайшее к точке ветвления значение сеточной функции удельного массового расхода; S_k — площадь поперечного сечения; sg_k — величина, принимающая одно из значений $\{1; -1\}$, первое из них соответствует ребру, ориентированному от вершины, второе — в обратном случае; Cp_k — скачок давления, создаваемый компрессорной станцией, находящейся вблизи узла; H_k, Γ — шаги по координате и в реальном времени; $\rho_{k-}, p_{k-}, T_{k-}$ — соответственно плотность, давление и температура газа непосредственно перед КС, если газ движется к узлу, или после КС, если газ движется от узла (направление тяги КС совпадает с положительным направлением ребра); ρ_k, p_k, T_k — соседние значения сеточных функций плотности, давления и температуры газа. Пусть также $p, m_{\text{out}}, m_{\text{in}}$ — соответственно давление, массовый отбор и подкачка газа в самом узле.

Очевидно, в окрестности точки ветвления выполняются интегральные соотношения, отражающие законы сохранения массы и энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_S \mathbf{q} n dS, \quad (1.7)$$

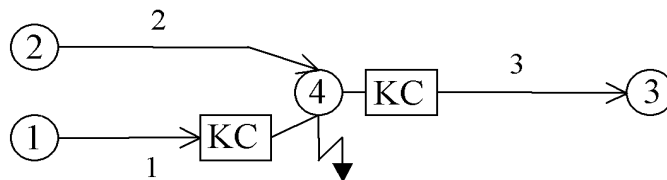


Рис. 1. Схематическое представление ГТС: цифры — номера узлов и ребер; на первом и третьем ребрах вблизи четвертого узла находятся компрессоры (КС); в четвертом узле производится отбор газа; стрелками указаны положительные направления.

$$\frac{1}{\gamma-1} \frac{\partial}{\partial t} \int_V p dV = -c_p \oint_S \mathbf{qn} T dS + \frac{dQ}{dt} + W. \quad (1.8)$$

Здесь W — мощность КС, dQ/dt — скорость притока энергии за счет теплоотдачи. С целью упрощения записи уравнений положим в дальнейшем $Q = 0$.

Будем считать, что значения сеточных функций давления p , плотности ρ и температуры T определены в одних и тех же узлах расчетной сетки, а значение удельного расхода q смещено на половину шага H . Выделим рассматриваемую точку ветвления вместе с некоторой окрестностью. В качестве окрестности на k -м ребре возьмем элементарный участок, равный половине шага $H_k/2$. Тогда на границе выделенного элемента будет задан расход q_k , в точке ветвления — значение p , а вблизи ее — ρ_{k-} , p_{k-} , T_{k-} . Изменением параметров ρ_{k-} , p_{k-} , T_{k-} в пределах одного шага (фактически $H/2$) пренебрегаем, рассматривая их как средние значения на элементарном отрезке.

Интегральные соотношения (1.7) и (1.8) для выделенного элемента примут вид

$$\sum_{k=1}^r \frac{S_k H_k}{2} \frac{\Delta \rho_{k-}}{\Delta t} = - \sum_{k=1}^r S_k q_k s g_k + (m_{\text{in}} - m_{\text{out}}); \quad (1.9)$$

$$\frac{1}{\gamma-1} \sum_{k=1}^r \frac{S_k H_k}{2} \frac{\Delta p}{\Delta t} = -c_p \sum_{k=1}^r S_k q_k T_{k-} s g_k + c_p (m_{\text{in}} T_{\text{in}} - m_{\text{out}} T_{\text{out}}) + W. \quad (1.10)$$

Определим мощность компрессорной станции W , считая сжатие газа изэнтропическим. Имеем

$$dW = f u dx = S \frac{dp}{dx} u dx = S q \frac{dp}{\rho}$$

или

$$dW = S q c_p dT = S q \frac{c_p \mu}{R} d \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\gamma}{\gamma-1} S q d \left(\frac{p}{\rho} \right).$$

Учитывая, что $p/\rho^\gamma = \text{const}$, в обоих случаях получаем

$$W_k = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_{k-}^{\frac{1}{\gamma}}}{\rho_{k-}} \left(p_{k-}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) S_k q_k s g_k.$$

В итоге имеем $r+2$ уравнений: r уравнений импульсов, одно — неразрывности и энергии. При этом число неизвестных — $(2r+1)$: r — расходов q_k , r — плотностей ρ_{k-} (температур T_{k-}) вблизи точки ветвления и давление газа p в самой точке ветвления.

Введем дополнительные предположения:

— для потока газа, входящего в точку ветвления, температуру аппроксимируем по ее значениям в соседних узлах расчетной сетки. Ввиду того, что значение T стабилизируется в конце однородного участка магистрали, с большой точностью можно положить $T_{k-} = T_k$, где T_k — температура в соседнем узле расчетной сетки k -го ребра;

— температуру газа в исходящих от точки ветвления потоках считаем одинаковой.

Равенство температуры означает и равенство плотностей газа.

Указанные предположения позволяют сократить число неизвестных до $r+2$. Однако присутствие компрессоров на пути движения газа вносит некоторые поправки.

Введем вспомогательные параметры. Обозначим через ρ_{k+} , p_{k+} , T_{k+} соответственно плотность, давление и температуру газа в исходящем от точки ветвления потоке k -го ребра

непосредственно перед КС. Подчеркнем, что значения сеточных функций с индексами $k-$, $k+$ определены в бесконечно малой окрестности точки ветвления.

Параметры газа до и после КС связаны соотношением

$$\rho_{k-} = \rho_{k+} \left(\frac{p_{k-}}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \rho_{k+} \left(\frac{p + sg_k Cp_k}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Согласно предположениям, $\rho_{k+} = \rho_+$ для всех исходящих потоков газа, следовательно,

$$\rho_{k-} = \rho_+ \left(1 + \frac{sg_k Cp_k}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (1.11)$$

Пренебрегая зависимостью Cp от времени, из (1.11) находим

$$\frac{\Delta \rho_{k-}}{\Delta t} = \left(1 + \frac{sg_k Cp_k}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\Delta \rho_+}{\Delta t} - \frac{sg_k Cp_k \rho_+}{\gamma p^2} \left(1 + \frac{sg_k Cp_k}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

или

$$\frac{\Delta \rho_{k-}}{\Delta t} = \left(\frac{p_{k-}}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\Delta \rho_+}{\Delta t} - \frac{1}{\gamma} \frac{sg_k Cp_k \rho_{k-}}{p p_{k-}} \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Далее, в уравнениях движения перейдем к безразмерным переменным. Для упрощения записи черту над безразмерными величинами \bar{p} , $\bar{\rho}$, \bar{T} , \bar{q} и \bar{Cp} опустим.

Разностные уравнения. Теперь можно предложить следующую явную схему расчета нестационарных потоков в узлах ГТС.

Из уравнений импульсов определяем расходы q_k на новом временном слое:

$$\frac{q_k^{j+1} - q_k^j}{\tau_k} sg_k = -\frac{p_k^j - p_{k-}^j}{h_k} - \frac{\lambda_k (T_k^j + T_{k-}^j) |q_k^j| q_k^j sg_k}{p_k^j + p_{k-}^j}, \quad p_{k-} = p + sg_k Cp_k.$$

Из уравнения энергии находим давление газа p в точке ветвления:

$$(p^{j+1} - p^j) \sum_{k=1}^r \frac{S_k}{2\text{КГ}k} = -\gamma \sum_{k=1}^r S_k q_k^{j+1} sg_k T_{k-}^j - \gamma (Q_{\text{out}} T_{\text{out}} - Q_{\text{in}} T_{\text{in}}) + \\ + \gamma \sum_{k=1}^r \frac{T_{k-}^j}{(p_{k-}^j)^{\gamma_1}} \left[(p_{k-}^j)^{\gamma_1} - (p^j)^{\gamma_1} \right] S_k q_k^{j+1} sg_k.$$

И, наконец, из уравнения неразрывности рассчитываем плотности исходящих ($q_1 > 0$) от точки ветвления потоков газа:

$$(\rho_+^{j+1} - \rho_+^j) \sum_{q_1 k > 0} \frac{S_k}{2\text{КГ}k} \left(\frac{p_{k-}^j}{p^j} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = - \sum_{k=1}^r S_k q_k^{j+1} sg_k - (Q_{\text{out}} - Q_{\text{in}}) + \\ + \frac{1}{\gamma} (p^{j+1} - p^j) \sum_{q_1 k > 0} \frac{S_k}{2\text{КГ}k} \frac{sg_k Cp_k}{p^j T_{k-}^j} - \sum_{q_1 k \leq 0} \frac{S_k}{2\text{КГ}k} \left(\frac{p_{k-}^{j+1}}{T_k^{j+1}} - \rho_{k-}^j \right).$$

при этом

$$\rho_{k-}^{j+1} - \rho_{k-}^j = \left(\frac{p_{k-}^j}{p^j} \right)^{\frac{1}{\gamma}} (\rho_+^{j+1} - \rho_+^j) - \frac{1}{\gamma} \frac{sg_k Cp_k}{p^j T_{k-}^j} (p^{j+1} - p^j).$$

Для входящих ($q_1 \leq 0$) потоков $\rho_{k-}^{j+1} = p_{k-}^{j+1}/T_k^{j+1}$.

Зная давление и плотность газа, находим его температуру из уравнения состояния. Значение T_k для входящих в точку ветвления потоков определено на линейном участке магистрали и может быть рассчитано по известным разностным схемам, которые в работе не рассматриваются.

В приведенных уравнениях использованы обозначения: $\gamma_1 = (\gamma-1)/\gamma$, $q_1 = q_k s g_k$, $Kr_k = \tau_k/h_k = \Gamma c_0/H_k$ — число Куранта для k -го ребра, $Q_{in} = (c_0/p_0) m_{in}$, $Q_{out} = (c_0/p_0) m_{out}$. Кроме указанной возможны и другие (неявные) схемы.

2. Изотермическое течение газа

В связи с большой протяженностью магистралей во многих случаях расчет нестационарных течений целесообразно проводить в изотермическом приближении. Температуру газа будем считать всюду постоянной и равной некоторому среднему по длине значению. Основную роль теперь играют уравнения неразрывности и импульса.

Согласование потоков. Интегральное соотношение (1.7), отражающее закон сохранения массы для указанного конечного элемента, имеет тот же вид, что и (1.9).

Учитывая, что

$$\rho_{k-} = \frac{1}{c^2} p_{k-} = \frac{1}{c^2} (p + s g_k C p_k), \quad c = \text{const},$$

получим

$$-\sum_{k=1}^r \frac{S_k H_k}{2c^2} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \sum_{k=1}^r S_k q_k s g_k + (m_{out} - m_{in}) + \sum_{k=1}^r \frac{S_k H_k s g_k}{2c^2} \frac{\Delta C p_k}{\Delta t}.$$

Пренебрегая в дальнейшем зависимостью Cp от времени t , найдем

$$-\sum_{k=1}^r \frac{S_k H_k}{2c^2} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \sum_{k=1}^r S_k q_k s g_k + (m_{out} - m_{in}). \quad (2.1)$$

Пусть в узле нет ветвлений, отборов и подкачек. Тогда $r = 2$ и для трубы постоянного диаметра имеем

$$\sum_{k=1}^2 \frac{S_k H_k}{2c^2} = \frac{S(H_1 + H_2)}{2c^2} = \frac{SH}{c^2},$$

$$\sum_{k=1}^2 S_k q_k s g_k = S(q_2 - q_1) = S \frac{\Delta q}{\Delta x} H.$$

Следовательно, уравнение (2.1) принимает вид обычного разностного уравнения неразрывности изотермического течения

$$\frac{1}{c^2} \frac{\Delta p}{\Delta t} + \frac{\Delta q}{\Delta x} = 0.$$

В случае же стабилизации потоков имеем $\Delta p/\Delta t = 0$, и (2.1) переходит в известное условие баланса массы.

В уравнениях движения вновь перейдем к безразмерным переменным. Черту над безразмерными величинами \bar{p} , \bar{T} , \bar{q} и \bar{Cp} опустим.

Разностные уравнения. Как и в предыдущем случае, можно предложить следующую явную схему расчета нестационарных потоков в точке ветвления газопровода.

Из уравнений импульсов определяем расходы q_k на новом временном слое:

$$\frac{q_k^{j+1} - q_k^j}{\tau_k} s g_k = -\frac{p_k^j - p_{k-}^j}{h_k} - \frac{2\lambda_k T |q_k^j| q_k^j s g_k}{p_k^j + p_{k-}^j}, \quad p_{k-} = p + s g_k C p_k. \quad (2.2)$$

Из уравнения неразрывности находим давление газа p в точке ветвления:

$$-\frac{1}{T} (p^{j+1} - p^j) \sum_{k=1}^r \frac{S_k}{2\text{Kr}_k} = \sum_{k=1}^r S_k q_k^{j+1} s g_k + (Q_{\text{out}} - Q_{\text{in}}). \quad (2.3)$$

3. Примеры расчетов

Постановка задачи. Приведем пример расчета нестационарного движения газа в типичном элементе ГТС, представленном на рис. 1.

Схему ГТС удобно задать в матричном виде:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta p \end{pmatrix}, \quad Q_{\text{out}} = (0, 0, 0, \Delta Q).$$

Здесь матрицы: a , $C p$, Q_{out} — инцидентности, системы компрессоров, отборов (подкачек) соответственно.

Примем следующие параметры системы: длины ребер $L_1 = 40$ км, $L_2 = 50$ км, $L_3 = 70$ км; диаметр $D_k = 1350$ мм; коэффициент сопротивления (квадратичный) $\zeta = 0.005 D^{-0.2}$; перепад давления, создаваемый компрессорами, $\Delta p = 10 \cdot 10^5$ Па; отбор газа в узле ветвления $\Delta Q = 50$ при нормальных условиях. В численных расчетах Q — коммерческий расход, млн м³/сут. Параметры газа: $c_0 = 300$ м/с, $\gamma = 1.4$.

Граничные условия. Во внешних узлах задано давление

$$p_1 = 70, \quad p_2 = \begin{cases} 70, & t = 0, \\ 65, & t > 0, \end{cases} \quad p_3 = 55.$$

Начальные условия. За исходное состояние примем стационарное течение газа с условиями на границе, соответствующими начальному моменту времени.

Анализ расчетов. На рис. 2, 3 представлены зависимости расходов газа от времени вблизи узла ветвления и динамика изменения давления в самом узле. Отходящие потоки положительные, приходящие — отрицательные. Течение изотермическое — $T = 0$. Некоторое время параметры газа постоянны ввиду конечной скорости распространения возмущений, идущих от границы, а затем стремятся к новым равновесным значениям.

Расчет течения газа с отводом тепла требует задания температур втекающих в ГТС потоков. Пусть на входе $T_1 = T_2 = 0$, внешняя температура $T_s = 0$; коэффициент теплообмена (безразмерный) $k = k_1 L/r$, $k_1 = 0.0005$, $T_{\text{out}} = T_s$.

Неизотермическая модель движения при заданном температурном режиме приводит практически к таким же зависимостям давления и расходов от времени. Заметное изменение температуры втекающего газа наблюдается лишь в исходящем от точки ветвления потоке после прохождения им системы компрессоров (рис. 4).

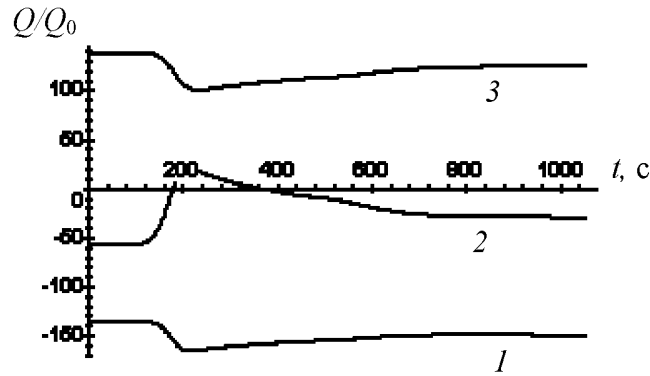


Рис. 2. Зависимости расходов газа от времени вблизи точки ветвления: кривые 1 — 3 соответствуют номерам ребер (см. рис. 1); $Q_0 = 1$ млн $\text{м}^3/\text{сут.}$ при нормальных условиях.

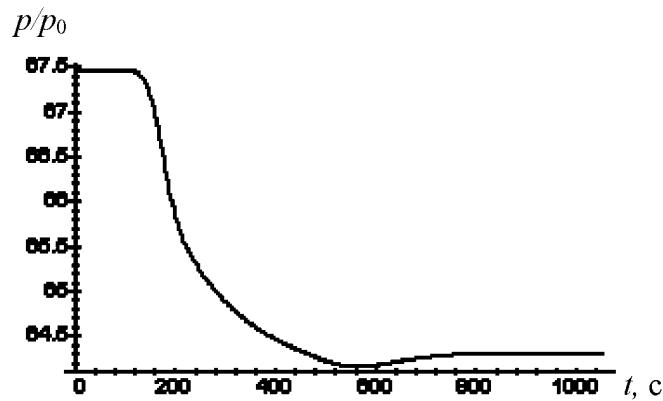


Рис. 3. Зависимость давления газа от времени в точке ветвления; $p_0 = 10^5$ Па.

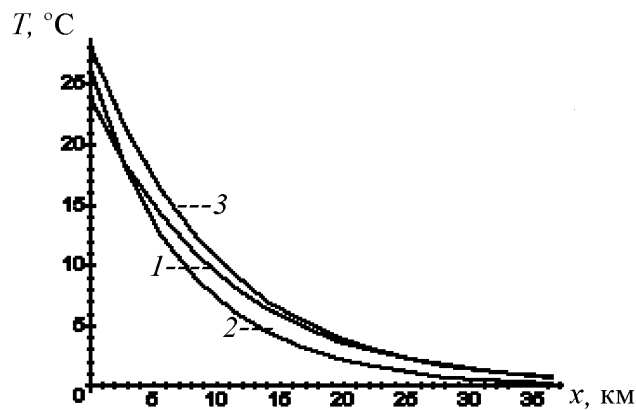


Рис. 4. Поля температуры в исходящем от точки ветвления потоке (часть ребра 3) в моменты времени $t = 0, 360, 1000$ с (соответственно кривые 1 — 3).

Граничный режим приводит к падению давления перед компрессором, а температура газа в этом месте почти не изменяется благодаря теплообмену с внешней средой по всей длине предшествующего ребра. Рост относительного сжатия в компрессоре повышает значение T за ним. В то же время распространяющаяся по частицам газа волна разрежения в

исходящем от точки ветвления потоке его понижает. С течением времени устанавливается новое стационарное поле температуры.

Сравнение методов. В целях сравнения предлагаемой схемы укажем еще два способа согласования потоков в узлах ГТС. При этом ограничимся изотермическим приближением. Рассчитаем движение газа вблизи узла по стационарным уравнениям. Из (2.2), (2.3) имеем

$$p_k^2 - p_{k-}^2 = -2\lambda_k T |q_k| q_k h_k s g_k; \quad (3.1)$$

$$\sum_{k=1}^r S_k q_k s g_k = Q_{in} - Q_{out}. \quad (3.2)$$

Соотношения (3.1), (3.2) выполнены для каждого временного слоя.

Вполне типичным способом связки потоков представляется некоторый смешанный тип условий в виде использования разностного уравнения импульса типа (2.2) и уравнения баланса массы стационарного движения (3.2).

В итоге имеем три метода: а) разностные уравнения для узлов, б) стационарные уравнения, в) смешанный тип.

На первый взгляд третий метод кажется вполне приемлемым. Однако он содержит некоторое противоречие, связанное с тем фактом, что при численной реализации значения сеточных функций отражают не локальную, а среднюю характеристику потока на элементарном отрезке хоть и малой, но конечной длины. Разница же расходов в соседних узлах расчетной сетки как раз и обеспечивает изменение давления газа при нестационарном режиме течения, так что при соблюдении условия (3.2) давление в узле вообще не должно меняться. Численное же интегрирование такой “неполноценной” системы приводит к существенному изменению шаблона разностной схемы линейного участка и ухудшению устойчивости.

Используемая во втором методе система уравнений (3.1), (3.2) является типичной в стационарных задачах магистрального транспорта газа и может быть решена методом последовательных приближений. Здесь вновь имеется несогласованность с законом сохранения массы, которая скрывается за малостью шагов по координате. Для численного интегрирования соотношения (3.1), (3.2) также не очень удобны. На каждом временном слое для каждого узла ГТС приходится решать сложную нелинейную систему уравнений. При малых же значениях расходов q_k система становится плохо обусловленной. Анализ

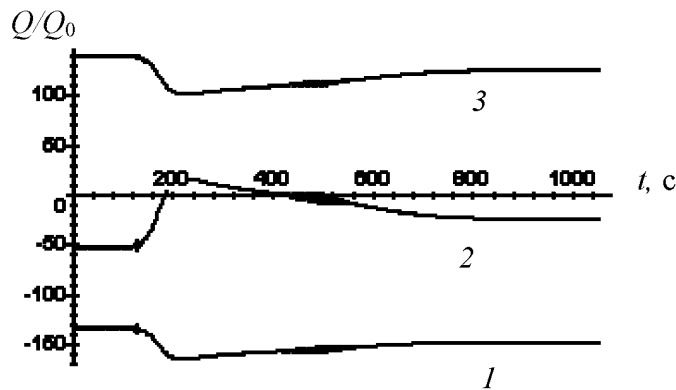


Рис. 5. Зависимости расходов газа от времени вблизи точки ветвления; обозначения соответствуют рис. 2; использована вспомогательная модель согласования потоков.

расчетов выявил другой недостаток. В самой точке ветвления заметны осцилляции расходов, очевидно из-за потери сил инерции (рис. 5).

Заключение

Таким образом, наиболее полноценным и простым является только способ согласования потоков на основе разностных уравнений. Предложенный метод дает заметный выигрыш, предельно сокращая трудоемкость вычислений и улучшая точность баланса массы и энергии.

Отметим, что на самом линейном участке магистрали возможно использование различных численных методов расчета течений. Приведенные соотношения для внутренних узлов выполняют как бы роль граничных условий для уравнений, описывающих одномерное течение газа.

Список литературы

- [1] ЧАРНЫЙ И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975.
- [2] ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ процессы в сложных трубопроводных системах / М.А. Гусейнзаде, Л.И. Другина, О.Н. Петрова, М.Ф. Степанова. М.: Недра, 1991.
- [3] СЕДОВ Л.И., ЧЕРНЫЙ Г.Г. Осреднение неравномерных потоков газа в каналах // Теоретическая гидромеханика / Под ред. Л.И. Седова. № 12, вып. 4. М.: Оборонгиз, 1954. С. 17–30.
- [4] WESTERWELT F. An algorithm for the simulation of gas transmission systems // Pipe Line News. 1962. Vol. 31, N 2.
- [5] СУХАРЕВ М.Г., СТАВРОВСКИЙ Е.Р. Расчеты систем транспорта газа с помощью вычислительных машин. М.: Недра, 1971.
- [6] САМАРСКИЙ А.А., ПОПОВ Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1992.
- [7] ВОЕВОДИН А.Ф., САФИН Р.И. Алгоритм численного расчета течения газа в системе труб с учетом местных сопротивлений // Числ. методы механики сплош. среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; ИТПМ. 1981. Т. 12, № 1. С. 20–29.
- [8] ЮФИН В.А., МАМЕДОВ А.И., АЛЛАХВЕРДИЕВ В.А. Расчет переходных процессов в сложных разветвленных системах магистральных нефтепроводов с учетом влияния ударных волн // Изв. вузов. Нефть и газ. 1986. № 11. С. 69–73.

*Поступила в редакцию 3 ноября 2003 г.,
в переработанном виде — 17 апреля 2004 г.*