

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ГЛУБОКОГО ПРОНИКНОВЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ ОЗЕРА В ПЕРИОД ВЕСЕННЕ-ЛЕТНЕГО ТЕРМОБАРА*†

В. И. КВОН, Д. В. КВОН

Институт водных и экологических проблем СО РАН

Барнаул, Россия

e-mail: kvon@iwep.nsk.su

On the basis of a two-dimensional vertical model one of the possible hydrophysical mechanisms of the in-depth penetration of the surface waves in the vicinity of the spring summer thermobaric front, i.e. thermohalinic processes connected with higher mineralization of the lake-side waters that the water mineralization of the lake main part. The conducted numerical experiments show that a small difference in their mineralization may lead to a much deeper water penetration near the thermobaric front comparable with the observation data.

1. Введение

Из данных детальных измерений вертикального распределения температуры на озере Байкал [1] известно, что столб воды озера ниже глубины мезотермического максимума температуры (примерно ниже 250 – 300 м; при максимальной глубине озера Байкал более 1600 м) в целом гидростатически устойчив. Вместе с тем данные измерений возраста фреона и содержания кислорода в придонных зонах озера свидетельствуют о том, что поверхностные воды озера проникают в его глубинные горизонты. Выявление гидрофизических механизмов проникновения поверхностных вод в придонные зоны глубоких озер является одной из важных и не вполне решенных теоретических проблем. Одним из таких механизмов может служить термобар, который возникает весной и осенью в прибрежной зоне озера и продвигается к ее центральной части. Термобар вызывает вертикальные циркуляции, перемещение поверхностных вод вглубь озера. Вертикальные циркуляции выносят питательные вещества придонных слоев воды к водной поверхности и обогащают кислородом глубинные слои.

*Содержание работы было доложено на Международной конференции “Математические модели и численные методы механики сплошных сред” (Новосибирск, Академгородок, 27 мая – 2 июня 1996 г.).

†Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №96-01-01940.

© В. И. Квон, Д. В. Квон, 1997.

Термобар в озерах теоретически изучался в ряде работ (см. [2–5]). В них построены как аналитические модели термобара (и получены соответствующие аналитические и асимптотические решения), так и двумерные численные модели с уравнением состояния, в котором плотность воды зависела только от температуры. В последнее время интерес к проблеме термобара возрос в связи с открытием М. Н. Шимараевым, Н. Г. Граниным и А. А. Ждановым [6] на озере Байкал глубинной конвекции на фронте весенне-летнего термобара. Для изучения указанного явления Е. А. Цветова [7] уточнила модель термобара, полагая, что плотность воды в глубоком озере зависит не только от температуры, но также и от давления. Кроме того, в своей модели автор [7] прибегает к уравнению сохранения массы в полном виде вместо условия несжимаемости, обычно используемого для капельной жидкости. Однако в расчетах [7] не было получено наблюдаемое в экспериментах на озере Байкал глубокое проникновение поверхностных вод на фронте термобара, связанное с глубинной конвекцией. Поэтому при решении данной задачи в [8, 9] учтено изменение температуры воды за счет работы сил давления в уравнении переноса тепла. Полученное в [7] численное решение задачи показывает, что модель описывает явление глубинной конвекции и постепенно обнаруживает его не только на фронте термобара или в прибрежной зоне, но и по всему озеру. О. Б. Бочаров, О. Ф. Васильев и Т. Э. Овчинникова [10] по своей численной модели термобара провели исследование влияния сил Кориолиса на поведение глубинной конвекции. Оказалось, что учет сил Кориолиса принципиально не меняет картины течений. В данной работе предложена математическая модель термобара в глубоком озере, согласно которой глубинная конвекция в окрестности фронта термобара может быть обусловлена более высокой минерализацией прибрежных вод озера, чем минерализация вод его основной части.

Термобар является одним из явлений, сопровождающих глубинную конвекцию. Е. С. Carmack, D. M. Farmer [11] и Е. С. Carmack, R. F. Beiss [12] высказали гипотезу, что глубинную конвекцию могут возбудить внутренние волны. S. J. Walker и R. G. Watts [13] получили глубинную конвекцию по трехмерной численной модели в предположении, что начальное распределение температуры имитирует внутреннюю волну на уровне так называемой компенсационной глубины (глубины, на которой температура воды в озере совпадает с температурой максимальной плотности для данной глубины).

Для описания термобара и локальной термохалинной циркуляции в глубоком озере в данной работе используются уравнения импульсов, сохранения массы, переноса тепла и соли, а также полное уравнение состояния воды, в котором плотность воды зависит от температуры воды, давления и солености. Коэффициенты вертикального турбулентного обмена определяются на основе уравнений для энергии турбулентности и скорости ее диссипации, а коэффициенты горизонтального обмена — по формуле Ричардсона. Для экономии ресурсов компьютера и времени на вычислительный эксперимент задача ставится не для всего озера, а для прибрежного его фрагмента. (На границе с остальной частью озера задано условие свободного протекания.)

2. Постановка задачи

Уравнения движения имеют вид [14]

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1 u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1 u_2}{\partial x_2} = -g \frac{\partial}{\partial x_1} \left(z + \frac{1}{\rho_0} \int_{x_2}^z \rho dx \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} K_H \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} K_V \frac{\partial u_1}{\partial x_2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0; \quad (2)$$

уравнения переноса тепла и вещества

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial u_1 S}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2 S}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_1} K_{HS} \frac{\partial S}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} K_{VS} \frac{\partial S}{\partial x_2}, \quad (3)$$

где t — время, x_1 и x_2 — оси декартовой системы координат, причем ось x_2 направлена вертикально вверх; u_1 и u_2 — компоненты скорости по x_1 и x_2 соответственно; ρ — плотность воды, ρ_0 — постоянное ее значение; g — ускорение силы тяжести; z — отметка уровня водной поверхности; K_H и K_V (K_{HS} и K_{VS}) — коэффициенты суммарной (турбулентной и молекулярной) вязкости (диффузии вещества) соответственно в горизонтальном (H) и вертикальном (V) направлении; $S = (T, C_1)$, T — температура воды, C_1 — ее соленость.

Уравнение состояния воды

$$\rho = \rho_w(T, P, C_1) \quad (4)$$

Здесь $\rho_w(T, P, C_1)$ — зависимость плотности воды от температуры, давления P и солености принимается по формуле, приведенной в [15] (см. с. 361).

Для системы уравнений (1)–(4) принимаются следующие краевые условия:

на левом входном сечении рассматриваемой части озера, ограниченной слева и справа вертикальными стенками, задаются вертикальные распределения искомым функций u_1, T, C_1 на правом выходном сечении — условие свободного протекания

$$z = z^0 (z^0 = \text{const}); \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = 0, \quad (5)$$

где $\varphi = (u_1, T, C_1)$;

на водной поверхности при $x_2 = z$ —

$$K_V \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \frac{\tau_w}{\rho_0}; \quad c_p \rho K_{VS} \frac{\partial T}{\partial x_2} = \Phi; \quad \frac{\partial C_1}{\partial x_2} = 0; \quad (6)$$

где c_p — удельная теплоемкость воды, Φ — поток тепла через водную поверхность;

на дне при $x_2 = z_0(x_1)$ —

$$K_V \frac{\partial u}{\partial x_2} = k_b |u_1| u_1; \quad c_p \rho K_{VS} \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0; \quad \frac{\partial C_1}{\partial x_2} = 0. \quad (7)$$

Помимо краевых условий (5)–(7) для системы (1)–(4) необходимо задать начальные условия, соответствующие состоянию покоя и начальным распределениям температуры и минерализации.

3. Результаты численных расчетов

Численное решение поставленной задачи строится на разнесенной C -сетке Аракавы [16]. При этом скалярные величины T, C_1 определяются в центральных точках разностной сетки, а компоненты скорости — на гранях элементов этой сетки. Горизонтальная компонента скорости вычисляется с использованием метода расщепления [17]. На первом дробном шаге в центральных точках производится расчет изменений горизонтального импульса за

счет адвекции и диффузии без учета сил давления, на втором дробном шаге на гранях элементов сетки — расчет его изменений под действием сил давления.

Численные эксперименты по моделированию термобара проведены при условиях, соответствующих условиям натуральных исследований [6] на озере Байкал. Измерения в них проводились в начале июня 1991 года в районе, расположенном на юго-восточном побережье Среднего Байкала. Отметим, что в натуральных данных указанных исследований поверхностные воды за короткий промежуток времени (3–5 суток) в окрестности фронта термобара проникали до придонной области (примерно 600 метров) и продвигались далее вглубь вдоль подводного склона. По данным [6], на развитие термобара существенное влияние оказывает вдольбереговое горизонтальное течение от реки Селенги. Указанный вдольбереговой геострофический поток со скоростями до 20 см/с способствует поджатию к берегу сбрасываемых в озеро вод, в частности паводковых вод, которые распространяются в узкой прибрежной полосе шириной 2–3 км [18].

Сначала были проведены численные расчеты при постоянной минерализации воды в озере, при заданных метеоусловиях [19] и солнечной радиации, а также при заданных в качестве начальных данных значениях температуры, соответствующих измеренному его вертикальному распределению в июне, которое изменялось от 2.99 градусов на водной поверхности до максимального значения 3.51 градуса на глубине 250 м и далее понижалось до значения 3.18 на глубине 1500 м [1]. Предполагалось, что в начальный момент времени рассматриваемый прибрежный участок озера находился в покое и распределение температуры в нем было однородно по длине. Для моделирования вдольберегового притока воды в рассматриваемую область озера на ее левом входном сечении был задан небольшой удельный расход $0.25 \text{ м}^2/\text{с}$ с соответствующим значением горизонтальной скорости, равным 5 см/с, с минерализацией воды, равной минерализации воды в озере, и температурой 10 градусов (температура воды в узкой прибрежной полосе шириной около одного километра возрастала от 5 до 14°C за довольно короткий период наблюдений [6]).

На рис. 1 и 2 представлены результаты расчетов изолинии температуры и полей скорости в два последовательных момента времени 3-х суток (рис. 1) и 5-ти суток (рис. 2) от начала счета. (Отметим, что рисунки здесь и ниже представлены в искаженном масштабе: отношение масштаба по вертикали к масштабу по горизонтали на рисунках увеличено примерно в 4 раза по сравнению с реальным их отношением для рассматриваемого участка озера, и поэтому соответственно в 4 раза увеличена в них вертикальная компонента скорости.) Как видно из рисунков, за такой короткий промежуток времени — 5 суток — только за счет явления термобара поверхностные воды проникают примерно до глубин свободной конвекции (250–300 м) и затем имеют тенденцию продвигаться в горизонтальном направлении в сторону центральной части озера. Таким образом, за промежуток времени 3–5 суток только за счет явления термобара поверхностные воды не могут проникнуть на глубину 600 м и более, как это имеет место в натуральных экспериментах.

Далее были проведены численные эксперименты по изучению влияния более минерализованных вод в прибрежной зоне озера по сравнению с водами его центральной части на поведение термобара. Расчеты были выполнены при входных данных, которые отличались от приведенных выше тем, что значение минерализации воды притока задавалось выше, чем ее значение в озере. Отметим, что более высокая минерализация прибрежных вод обусловлена вдольбереговыми течениями, приносящими воды реки Селенги, а также ветровыми воздействиями на берега, диффузией соли с ложа мелководной прибрежной части озера.

Минерализация вод р. Селенги незначительна. Среднемесячные ее значения (среднем-

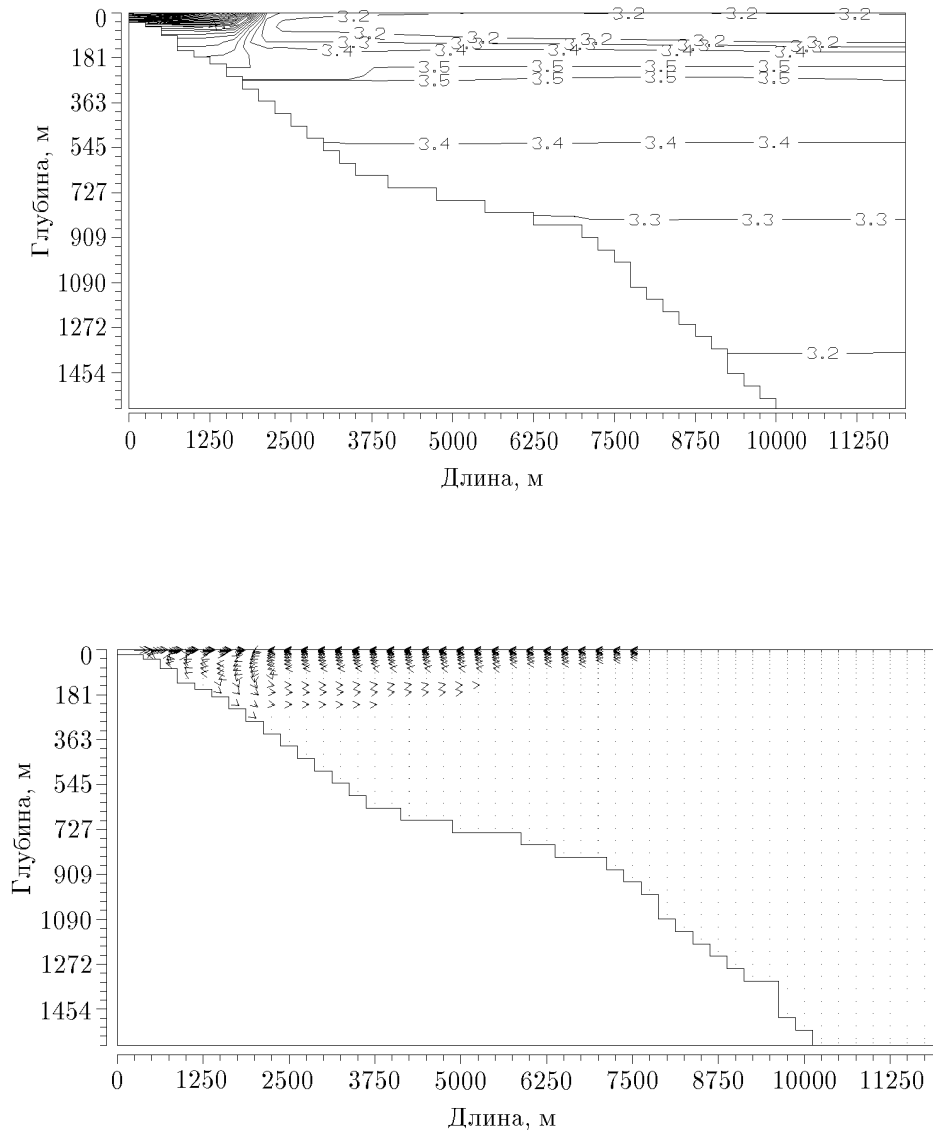


Рис. 1. Изотермы и поле скорости через $t_k = 3$ суток от начала счета. Максимальные значения компонент скорости по горизонтали $U_{\max} = 6$ см/с и по вертикали $V_{\max} = 4$ мм/с.

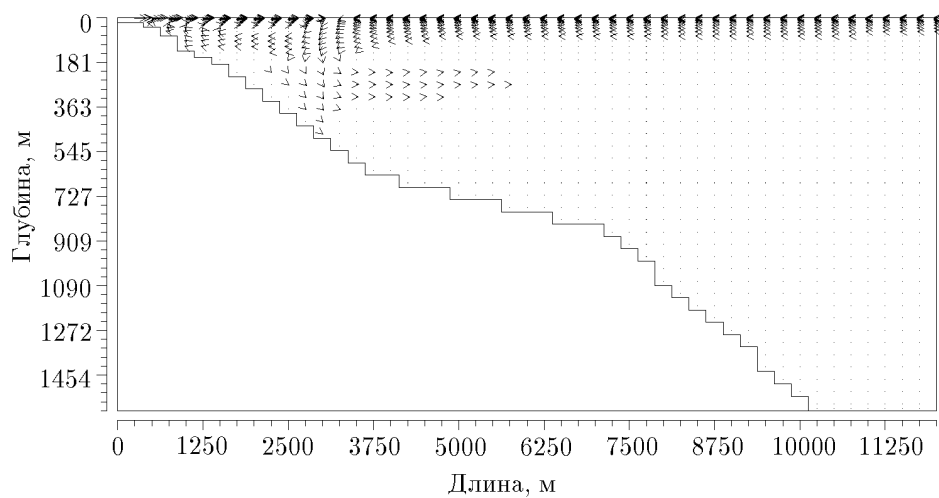
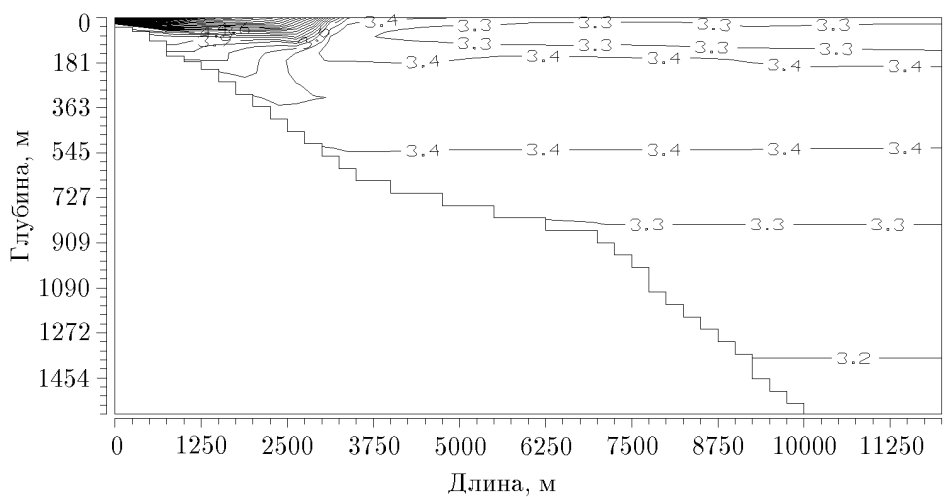


Рис. 2. Изотермы и поле скорости через $t_k = 5$ суток; $U_{\max} = 6$ см/с, $V_{\max} = 3.6$ мм/с.

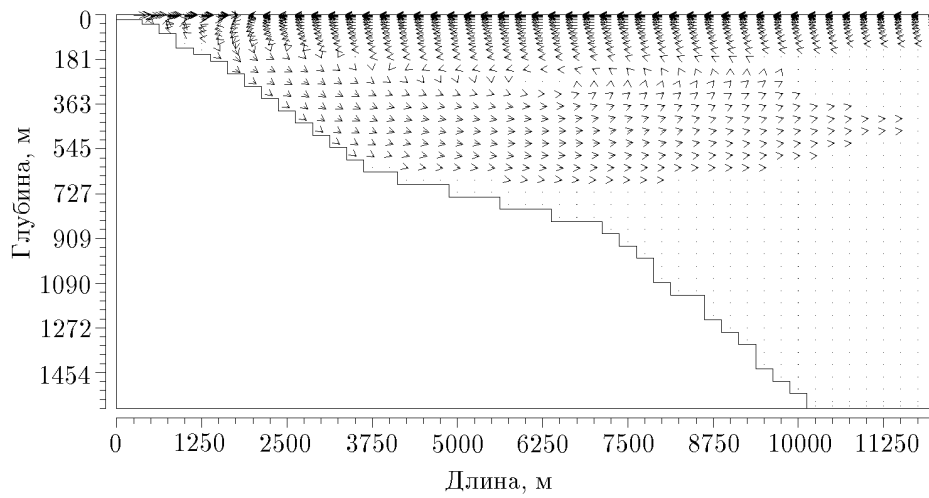
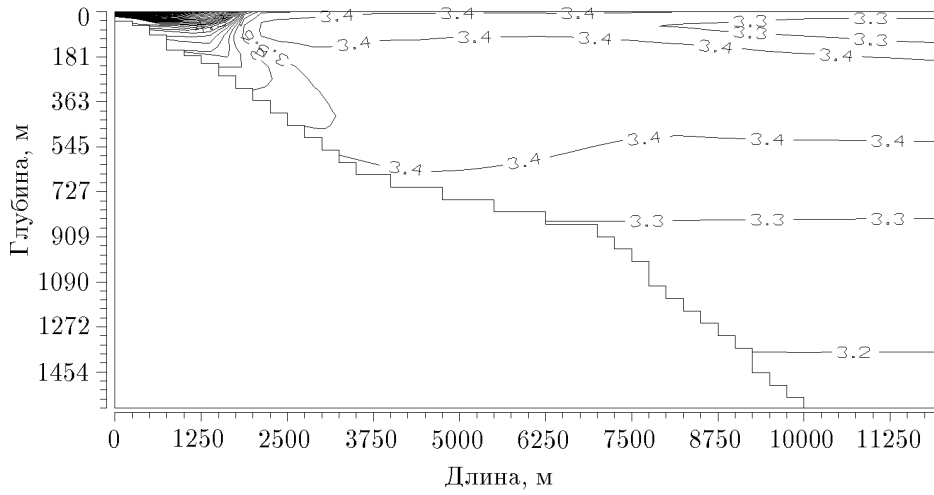


Рис. 3. Изотермы и поле скорости через $t_k = 5$ суток; $U_{\max} = 6$ см/с, $V_{\max} = 5.2$ мм/с. Минерализация воды притока была равна $C_{1in} = 150$ мг/л.

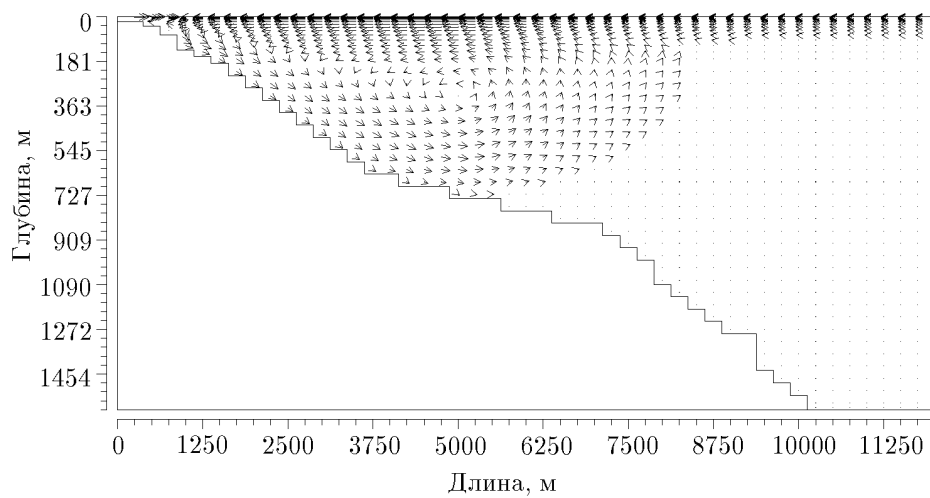
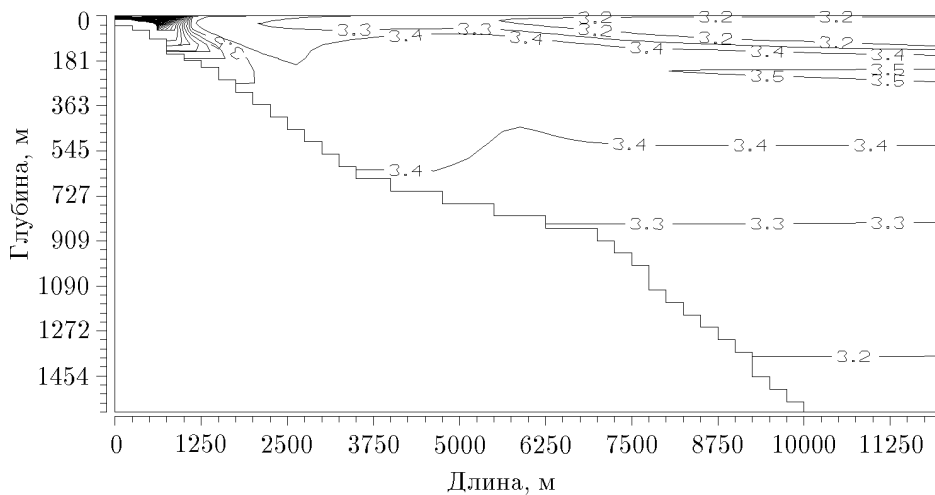


Рис. 4. Изотермы и поле скорости через $t_k = 3$ суток; $U_{\max} = 6.6$ см/с, $V_{\max} = 6$ мм/с; $C_{1in} = 200$ мг/л.

ноголетние) колеблются от 139.8 до 203.1 мг/л, а среднее значение в апреле — мае — июне составляет 154.2 мг/л [20]. Средняя минерализация в Байкале равна 120 мг/л [21, с. 167].

На рис. 3 представлены результаты двух расчетов изотерм и векторов скорости через 5 суток от начала счета. Минерализация притока была задана равной 150 мг/л. Как видно из рисунка, более плотная приповерхностная вода прибрежной полосы сначала погружается ко дну и продвигается вдоль склона (в соответствии с данными наблюдений [6]), а затем отрывается от берега в виде струи, частицы воды в которой перемещаются к средней части озера.

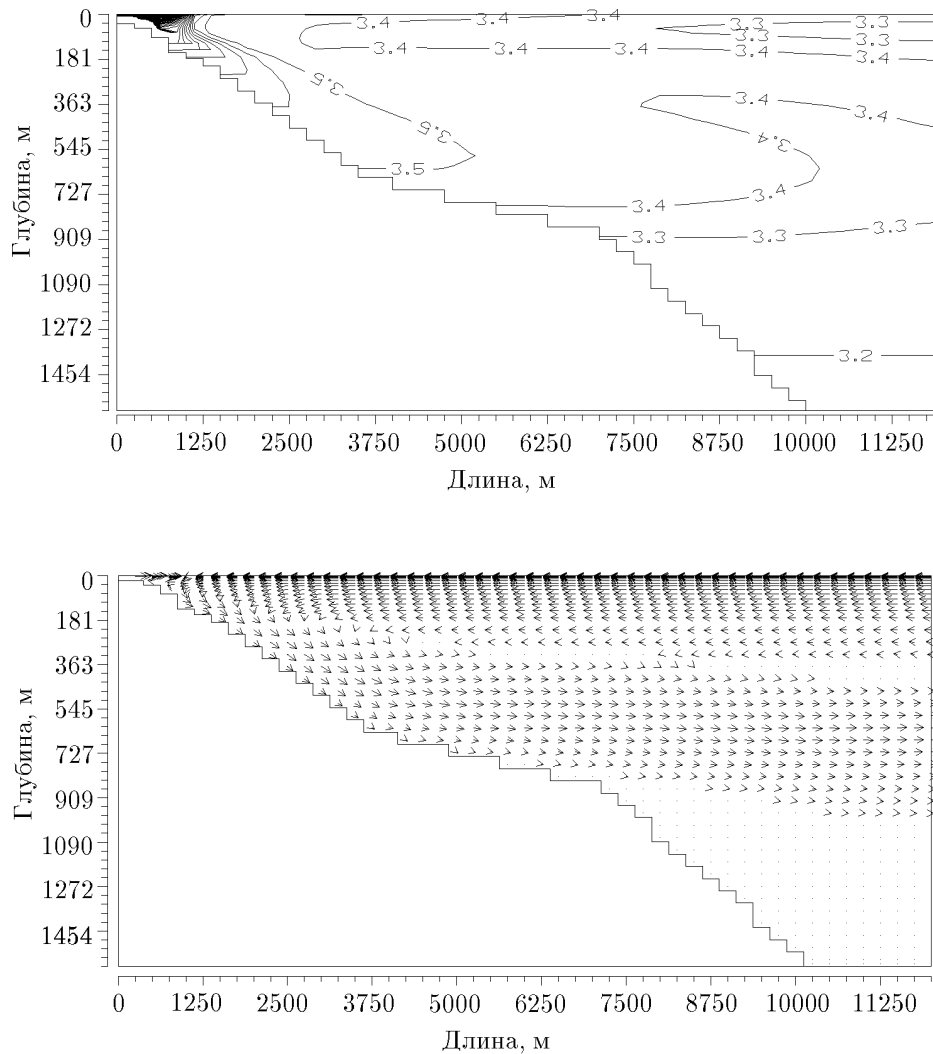


Рис. 5. Изотермы и поле скорости через $t_k = 5$ суток; $U_{\max} = 6$ см/с, $V_{\max} = 6.2$ мм/с; $C_{1in} = 200$ мг/л.

При минерализации воды притока 200 мг/л более отчетливо проявляются процессы проникновения поверхностных вод в глубь озера. На рис. 4 и 5 представлены результаты расчетов изолинии температуры и полей скорости через 3 суток (рис. 4) и 5 суток (рис. 5) от начала счета. Здесь так же, как на рис. 3, погружающаяся струя отрывается от берега в сторону центральной части озера. Ось горизонтальной части струи расположена на уровне 680 м, ее толщина равна примерно 200 м. Максимальные скорости в горизонтальном и

вертикальном направлении равны соответственно 6 см/с и 6 мм/с. По данным [6], величина вертикальной скорости оценивается значением 3 мм/с.

Авторы выражают свою благодарность О.Ф.Васильеву за полезные обсуждения данной работы.

Список литературы

- [1] SHIMARAEV M. N., VERBOLOV V. I., GRANIN N. G., SHERSTYANKIN P. P. *Physical limnology of Lake Baikal: a Review*. Baical Int. Center for Ecological Research, Irkutsk—Okayama, 1994.
- [2] ZILITINKEVICH S. S., KREIMAN K. D., TERZHEVIK A. YU. The thermal bar. *J. Fluid Mech.*, **236**, 1992, 27–42.
- [3] FARROW D. E. An asymptotic model for the hydrodynamics of the thermal bar. *Ibid.*, **289**, 1995, 129–140.
- [4] KAY A., KUIKEN H. K., MERKIN J. H. Boundary-layer analysis of the thermal bar. *Ibid.*, **303**, 1995, 253–278.
- [5] БОЧАРОВ О. Б., ВАСИЛЬЕВ О. Ф., КВОН В. И., ОВЧИННИКОВА Т. Э. Моделирование водообменных процессов в озере Байкал. *Докл. РАН*, **349**, №4, 1996, 530–532.
- [6] SHIMARAEV M. N., GRANIN N. G., ZHDANOV A. A. Deep Ventilation of Lake Baikal Waters Due to Spring Thermal Bars. *Limnology and Oceanography*, **38**, No. 5, 1993, 1068–1072.
- [7] ЦВЕТОВА Е. А. Математическое моделирование байкальского термобара. В “*Матем. проблемы экологии*”, ИМ СО РАН, Новосибирск, 1994, 53–57.
- [8] TSVETOVA E. A. Convective currents associated with the thermal bar of lake Baikal. In “*Advanced Mathematics: Computations and Applications*”. A. S. Alekseev and N. S. Bakhvalov (Eds), NCC Publisher, 1995, 386–393.
- [9] ЦВЕТОВА Е. А. Специфические проявления конвекции в глубоких озерах. В “*Матем. проблемы экологии*”. Тр. 3 Международной конференции МАПЭК-96, СО РАН, Новосибирск, 1996, 192–199.
- [10] ВАСИЛЬЕВ О. Ф., БОЧАРОВ О. Б., ОВЧИННИКОВА Т. Э. О влиянии сил Кориолиса и горизонтального турбулентного обмена на естественную вертикальную конвекцию при весенне-летнем прогреве глубокого озера. *Там же*, 44–49.
- [11] CARMACK E. C. AND FARMER D. M. Cooling processes in deep, temperate lakes: a review with examples from two lakes in British Columbia. *J. Mar. Res.*, 1982, 85–111.
- [12] CARMACK E. C. AND WEISS R. F. Convection in lake Baikal: an example of thermobaric instability. In “*Deep Convection and Deep Water Formation in the Oceans*”, P. C. Chu and J. C. Gascard (Eds), Elsevier, N. Y., 1991, 215–228.

- [13] WALKER S. J. AND WATTS R. G. A three-dimensional numerical model of ventilation in temperate lakes. *J. Geoph. Res.*, **100**, No. C11, 1995, 22, 711–22, 731.
- [14] ВАСИЛЬЕВ О. Ф., КВОН В. И. О теоретическом описании гидротермических явлений в водоемах-охладителях. В *“Проблемы теплофизики и физической гидродинамики”*. Наука, Новосибирск, 1974, 100–111.
- [15] ГИЛЛ А. *Динамика атмосферы и океана*. Т. 2, Мир, М., 1986.
- [16] ВАСКНАУС J. O. A semi-implicit scheme for the shallow water equations for application to shelf sea modelling. *Continental Shelf Research*, **2**, No 4, 1983, 243–254.
- [17] МАРЧУК Г. И. *Численное решение задач динамики атмосферы и океана*. Гидрометеоздат, Л., 1974.
- [18] ВЕРБОЛОВ В. И. Вертикальные присклоновые циркуляции и вертикальный водообмен. В *“Течения в Байкале”*, Наука, Новосибирск, 1977, 122–128.
- [19] ШИМАРАЕВ М. Н. *Элементы теплового режима озера Байкал*. Наука, Новосибирск, 1977.
- [20] ВОТИНЦЕВ К. К., ГЛАЗУНОВ И. В., ТОЛМАЧЕВА А. П. Гидрохимия рек бассейна озера Байкал. *Тр. Лимнологического института СО АН СССР*, **8**, №28, 1965.
- [21] ГАЛАЗИЙ Г. И. *Байкал в вопросах и ответах*. Восточно-Сибирское кн. изд-во, Иркутск, 1984.

*Поступила в редакцию 10 июля 1996 г.,
в переработанном виде 25 февраля 1997 г.*