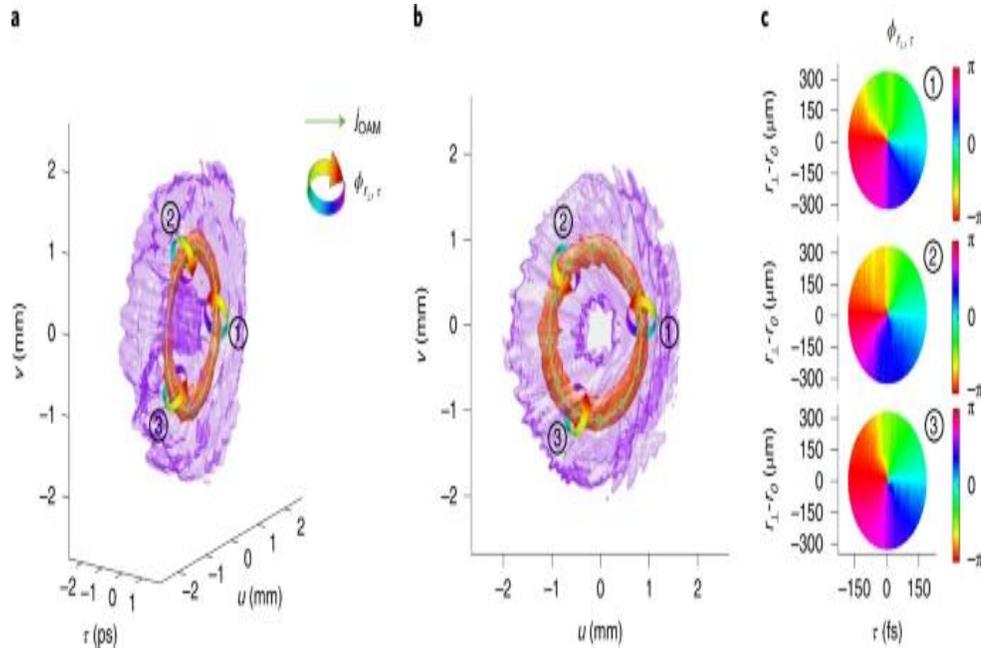




Симметрии уравнений Лангрена-Монина-Новикова: применение в гидродинамической и оптической турбулентности



ТОРОИДАЛЬНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ ВИХРЬ

В работе [Wan C et al. Nature Photonics, 16, 519 (2022)] привлекалось линейное уравнение Шредингера для постановки эксперимента, при этом нити вихревой цилиндрической трубки конформным преобразованием отображались в окружности с образованием вихревого кольца. Уравнение может быть использовано только в определенных приближениях, без учета нелинейных эффектов распространения оптических волн и взаимодействия с фоном случайных волн. Обоснование подобных структур должно быть проведено в рамках статистической теории с изучением группы симметрии поля завихренности, что проведено в данном исследовании. Для описания турбулентности оптических волн использована аналогия между поведением оптических и гидродинамических полей, что ведет к описанию в терминах многоточечных функций плотности распределения вероятности удовлетворяющих уравнениям Лангрена-Монина-Новикова (ЛМН). Доказано, что конформная группа преобразований инвариантно преобразует ЛМН уравнение вдоль линий нулевой завихренности.

Публикации:

1. В.Н.Гребенев, А.Н.Гришков, С.Б.Медведев, М.П.Федорук, Гидродинамическое приближение для двумерной оптической турбулентности: симметрии статистических распределений//Квантовая электроника. – 2022 (принята в печать).
2. В.Н. Гребенев, А.Н. Гришков, М. Оберлак. Симметрии уравнений Лангрена-Монина-Новикова для распределений поля вихря//ДАН РАН- 2023. - Т.508.
3. Waclawczyk M., Grebenev V.N., Oberlack M. Conformal invariance of the 1-point statistics of the zero-isolines of the 2d scalar fields in inverse turbulent cascades // Physical Review Fluids. - 2021.¹ - Vol.6. - Iss. 8. - Art.084610. - EISSN 2469-990X

Симметрии уравнений Лангрена-Монина-Новикова: применение в гидродинамической и оптической турбулентности

АВТОРЫ: д.ф.-м.н. В.Н. Гребенев, д.ф.-м.н. С.Б. Медведев, академик РАН М.П. Федорук

Динамическое и статистическое поведение случайно взаимодействующих волн ответственно за важные физические эффекты, возникающие в различных приложениях, от квантовых до классических масштабов движения. Для статистического описания турбулентности оптических волн использована аналогия между поведением оптических и гидродинамических полей. Имея гидродинамическое приближение нелинейного уравнения Шредингера (НУШ), определяемое уравнением Эйлера идеальной жидкости, уравнение для n -точечной функции плотности распределения вероятностей f_n (ФПРВ) поля вихря w определяется из бесконечной цепочки уравнений Лангрена-Монина-Новикова (ЛМН) (статистическая форма уравнений Эйлера). Мы интересуемся свойствами статистики, которые не зависят от свойств внешней случайной силы т.е. инвариантностью, когда турбулентность реализуется на масштабах, превышающих радиус корреляции внешней силы или в обратных каскадах. В частности, возможность расширения симметрии до конформной инвариантности вызвано приложением группы конформных преобразований в оптике (тороидальные оптические образования). В настоящем исследовании представлена группа преобразований G уравнения для n -точечной ФПРВ f_n из бесконечной цепочки ЛМН уравнений. Основной результат: группа G конформно преобразует характеристики уравнения с нулевой завихренностью и инвариантно семейство f_n -- уравнений для ФПРВ вдоль этих линий. Вдоль других характеристик уравнение не является инвариантным. Причем действие группы G сохраняет класс ФПРВ. Таким образом, в случае гидродинамической турбулентности доказана гипотеза Полякова о расширении группы масштабных преобразований до конформной группы. Для оптической турбулентности применение преобразования Маделунга позволяет преобразовать дефокусирующее НУШ в уравнение Эйлера идеальной несжимаемой жидкости и перейти к статистическому описанию оптических вихрей используя бесконечную цепочку ЛМН уравнений для ФПРВ. В теории: расширение преобразований симметрии до конформная группа позволяет использовать возможности конформной теории поля в оптической турбулентности. На практике: одним из приложений являются тороидальные оптические вихри. В работе [Wan C, Cao Q, Chen J, Chong A, Zhan Q. Nature Photonics, 16, 519 (2022)] представлены результаты формирования тороидальных структур лучей в оптике. Привлекаемое уравнение для постановки эксперимента (линейное уравнение Шредингера) может быть использовано только в определенных приближениях, без учета нелинейных эффектов распространения оптических волн и взаимодействия с фоном случайных волн. Последнее ведет к тому, что обоснование подобных структур должно быть проведено в рамках статистической теории с изучением симметрии статистических распределений поля завихренности, что продемонстрировано в настоящем исследовании.

ПУБЛИКАЦИИ:

1. В.Н.Гребенев, А.Н.Гришков, С.Б.Медведев, М.П.Федорук, Гидродинамическое приближение для двумерной оптической турбулентности: симметрии статистических распределений//Квантовая электроника. – 2022 –Т55(11).
2. В.Н. Гребенев, А.Н. Гришков, М. Оберлак. Симметрии уравнений Лангрена-Монина-Новикова для распределений поля вихря//ДАН РАН- 2023. - Т.508.
3. Waclawczyk M., Grebenev V.N., Oberlack M. Conformal invariance of the 1-point statistics of the zero-isolines of 2d scalar fields in inverse turbulent cascades // Physical Review Fluids. - 2021. - Vol.6. - Iss. 8. - Art.084610. - EISSN 2469-990X
4. Waclawczyk M., Grebenev V.N., Oberlack M.: Conformal Invariance of Characteristic Lines in a Class of Hydrodynamic Models// Symmetry. - 2020. - Vol.12. - N 9. - Art.1482. - ISSN 2073-8994.