

Математический анализ двух шифров Шеннона

АВТОРЫ: д.т.н. Рябко Б.Я.

В 1949 году К. Шеннон опубликовал знаменитую работу «Communication theory of secrecy systems», в которой были заложены основы современной криптографии. В этой работе он описал два простых шифра, представляющих практический интерес, но не дал строгого доказательства их свойств.

Шеннон рассматривал так называемые шифры с бегущим ключом и следующую схему их применения: есть два участника – отправитель и получатель, которые хранят один и тот же текст $K = k_1 k_2 \dots k_t$, состоящий из t букв (например, книгу). В случае, когда отправителю надо секретно передать получателю некоторое сообщение $Y = y_1 y_2 \dots y_s$ ($s < t$), он его шифрует (надеясь скрыть его содержание от любопытных). Для этого он сначала заменяет буквы $y_1 y_2 \dots y_s$ и $k_1 k_2 \dots k_s$ на целые числа, соответствующие их номерам в алфавите, затем побуквенно складывает: $z_1 = (x_1 + k_1) \bmod A$, $z_2 = (x_2 + k_2) \bmod A, \dots z_s = (x_s + k_s) \bmod A$, где A – число букв в алфавите (считаем, что маленькие и большие буквы отождествляются и пробелы удалены, хотя все без труда переносится и на общий случай). Затем отправитель пересылает сообщение $z_1 z_2 \dots z_s$ получателю, скажем, по почте, где его могут скопировать любопытные. Получатель дешифрует, то есть проводит обратные вычисления: $u_1 = (z_1 - k_1) \bmod A$, $u_2 = (z_2 - k_2) \bmod A, \dots u_s = (z_s - k_s) \bmod A$ и находит исходное сообщение, так как $u_1 \dots u_s = y_1 \dots y_s$. Оказалось, что этот шифр ненадежен: в случае английского языка любопытные по $z_1 z_2 \dots z_s$ могут найти исходное сообщение $y_1 y_2 \dots y_s$ (даже без знания $k_1 k_2 \dots k_s$!). Отметим, что в этой схеме текст $k_1 k_2 \dots k_s$ называется “ключ” – key.

Шеннон в своей статье рассмотрел этот шифр и строго показал, почему он ненадежен. Он предложил два естественных и просто реализуемых обобщения, но не провел их математического анализа из-за отсутствия в то время соответствующих методов. В последующие годы эти шифры рассматривались несколькими авторами, но также без строгих доказательств (Hellman M.E. «An extension of the Shannon theory approach to cryptography», 1977).

Важно отметить, что, по очевидным причинам, методы со строго доказанным (математически) уровнем надежности (или «стойкости») представляют для криптографии наибольшую ценность. Кроме того, с появлением компьютеров и Интернета, где хранится гигантское количество общедоступных текстов, предложенные Шенноном методы стали просто реализуемыми и, как следствие, их практическая ценность возросла.

В 2017 году (через 67 лет после публикации Шеннона) задача строгого математического доказательства свойств этих двух шифров была решена в работе [1].

ПУБЛИКАЦИИ:

1. Ryabko B. Properties of two Shannon's ciphers // Designs, Codes and Cryptography. - 2017. - P.1-7.