

Точные решения уравнений мелкой воды для задачи о колебании свободной поверхности в модельной акватории

АВТОРЫ: Мацкевич Н.А., д.ф.-м.н. Чубаров Л.Б.

Обрушение волн цунами и накат этих волн на берег является самым опасным этапом развития этого уникального природного явления, способным привести к гибели людей и к разрушению прибрежной инфраструктуры. Воздействие волн цунами на побережье является также наиболее сложным этапом эволюции волн с точки зрения математического моделирования и основанного на его результатах прогнозирования. В рамках продолжающихся научных и прикладных исследований проблемы цунами в Институте построены точные решения уравнений мелкой воды для задачи о колебании свободной поверхности в модельной акватории. Полученные аналитические решения могут быть использованы для проверки новых численных алгоритмов моделирования наката длинных волн на побережье.

Вычислительные алгоритмы моделирования любых динамических процессов нуждаются в релевантных методах верификации, из которых особую ценность имеет сопоставление численного решения с аналитическим. В задачах моделирования наката волн на берег и осушения прибрежной зоны, такое сопоставление зачастую выполнить трудно. Это обусловлено тем, что нелинейность системы уравнений используемой математической модели в совокупности с подвижностью границ области моделирования ограничивают число известных аналитических решений.

Сотрудниками Института была рассмотрена задача о движении жидкости в модельной акватории в предположении о том, что соотношения характерных размеров процесса позволяют использовать для его описания уравнения теории мелкой воды. Один из подходов к поиску точных решений этих уравнений в пространственной постановке был предложен в работах Ф. Болла и У. Тэккера в 70-80-х годах, где учёт внешних сил был ограничен. Оригинальность проведённого исследования состоит в формулировке общей двумерной постановки задачи с одновременным учётом влияния на динамику свободной поверхности сил Кориолиса и донного трения. Также впервые рассмотрены все возможные в рамках упомянутого подхода допущения о формах течений. В результате, получены новые классы точных решений со свободной поверхностью I и II порядков, некоторые из которых обладают свойством роста средней скорости течения пропорционально уменьшению полной глубины. Как следствие, количество движения в области осушения в любой момент времени остаётся большим и проблемы численных алгоритмов в этой области становятся хорошо заметными.

Полученные аналитические решения выражаются в элементарных функциях, что облегчает их применение для верификации алгоритмов. Однако, это свойство не является единственно важным. Существенны также требования ограниченности решения в любой момент времени и возможности локализации движущегося объёма жидкости внутри сопоставимой с характерными размерами течения расчётной области. Для того, чтобы полученные решения отвечали вышеперечисленным требованиям, введены определённые ограничения на значения начальных данных. Анализ зависимости поведения решений от этих начальных данных позволил предложить простые алгоритмы их задания.

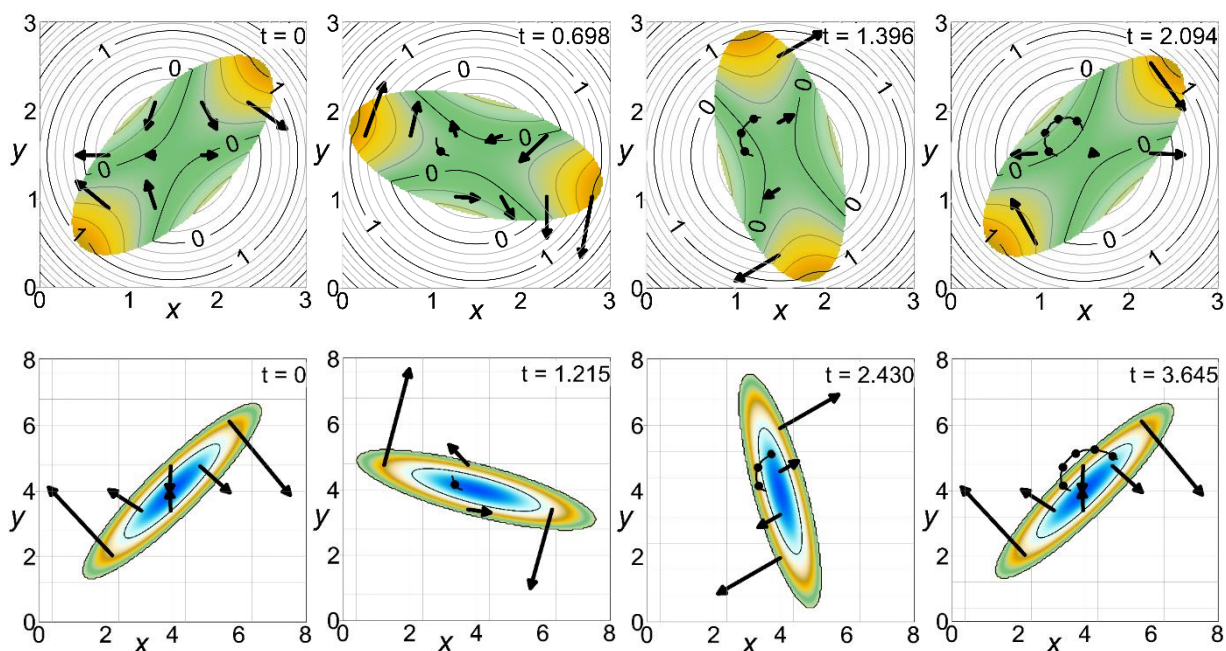


Рис. 1. Периодическое движение жидкости в потенциальном поле скоростей с учётом силы Кориолиса. Свободная поверхность представляет собой гиперболический параболоид. Верхняя строка соответствует движению в параболоиде вращения, нижняя – движению на плоскости. Стрелками отрисовано поле скоростей, сплошной линией с маркерами – типичная траектория движения частицы.

ПУБЛИКАЦИИ:

1. Мацкевич Н.А., Чубаров Л.Б. Точные решения уравнений мелкой воды для задачи о колебании жидкости в модельной акватории и их применение в верификации численных алгоритмов // Сибирский журнал вычислительной математики. 2019. (принята к печати)
2. Мацкевич Н.А., Чубаров Л.Б. Точные решения уравнений мелкой воды для задачи о колебании свободной поверхности в модельной акватории. // Труды XIV Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». 23 по 25 мая 2018 г., Санкт-Петербург, Россия. - СПб.: ЛЕМА. 2018. - 652 с. С. 306 – 309.
3. Мацкевич Н.А., Чубаров Л.Б. Точные решения задачи о колебании свободной поверхности в модельной акватории и их применение для верификации численных алгоритмов // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: Четвертая международная школа молодых ученых; 24-26 октября 2018 г.- Москва: Сборник материалов школы. - М: ИПМсх РАН. 2018. - 250 с. С. 187-188.
4. Мацкевич Н.А., Чубаров Л.Б. Точные решения задачи о колебании свободной поверхности в модельной акватории и их применение для верификации численных алгоритмов наката волн на берег // XXI Всероссийская конференция по математике и механике, посвящённая 140-летию Томского государственного университета и 70-летию механико-математического факультета: сборник тезисов (Томск. 2-4 октября 2018 г.) - Томск: Издательский Дом Томского государственного университета. 2018. – 136 с. с. 48-49.